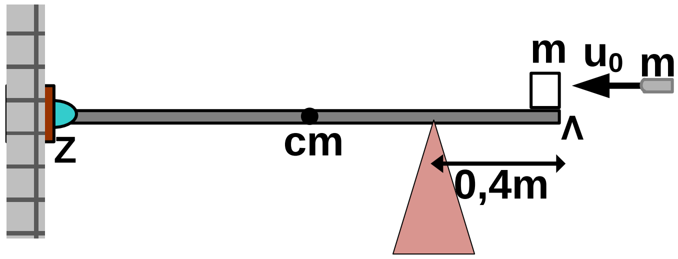
Στο διπλανό σχήμα φαίνεται μια οριζόντια ομογενής ράβδος μήκους L = 2,4 m και μάζας M, η οποία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από την άρθρωση στο Z. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια καθώς στηρίζεται σε υποστήριγμα το οποίο απέχει από το δεξί της άκρο Λ, απόσταση d = 0,4m. Ένα σώμα μάζας m = 2kg βρίσκεται ακίνητο στο Λ ενώ παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5 με τη ράβδο. Όταν το σύστημα ισορροπεί , όπως στο σχήμα , το μέτρο της δύναμης από το υποστήριγμα που δέχεται η ράβδος ισούται με 72N.



α) Να υπολογίσετε τη μάζα (M) της ράβδου.

Βλήμα μάζας m κινείται με οριζόντια ταχύτητα u_0 και συγκρούεται πλαστικά και κεντρικά με το σώμα m και η απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση ισούται με 60,5J

β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του βλήματος u_0

γ) θεωρώντας τη στιγμή της κρούσης ως t = 0, υπολογίστε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα, όταν το συσσωμάτωμα κινείται με ταχύτητα μέτρου 4,5m/s.

δ) Να υπολογίσετε την χρονική στιγμή όπου το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση ισούται με $\left|\vec{F}_Z\right| = 20\sqrt{10}\text{N}$.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2. (διάρκεια της κρούσης αμελητέα , το σώμα m , βλήμα αμελητέες διαστάσεις, υποστήριγμα λείο…)

Λύση

α) η ράβδος δέχεται τις παρακάτω δυνάμεις :

το βάρος της W=M·g,

την αντίδραση (N΄) της κάθετης δύναμης (N_0) που ασκείται στο m : **N′=20N**

(το σώμα μάζας m ισορροπεί : $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N_0 = m\cdot g \Rightarrow N_0 = 20\text{N}$)

και την κάθετη δύναμη (F_C) από το υποστήριγμα , ενώ από την άρθρωση δέχεται και την F_Z.

Αφού ράβδος ισορροπεί : $\boxed{\Sigma\tau_{(Z)} = 0} \Rightarrow$

(θεωρώντας θετική φορά περιστροφής την ωρολογιακή φορά)

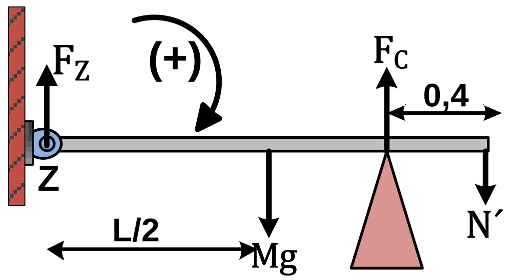
$$\boxed{+N'\cdot L - F_C\cdot(L-0,4) + M\cdot g\cdot\frac{L}{2} = 0} \Rightarrow \quad \textbf{(1)}$$

$$+20\cdot 2,4-72\cdot 2+M\cdot 10\cdot 1,2=0\Rightarrow$$

$$+48-144+12M=0\Rightarrow$$

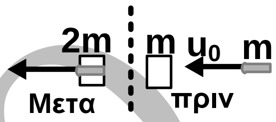
$$12\cdot M=144-48\Rightarrow 12\cdot M=96\Rightarrow$$

$$\boxed{M=8Kg}$$



β) εφαρμόζουμε Αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση και έχουμε :

$$\vec{p}_{\text{ολ,αρχ}}=\vec{p}_{\text{ολ,τελ}}\Rightarrow m\cdot u_0=(m+m)\cdot V\Rightarrow \boxed{V=\frac{u_0}{2}}\quad (2)$$



Και η απώλεια της κινητικής ισούται με

$$\boxed{Q=K_{\alpha\rho\chi}-K_{\tau\varepsilon\lambda}}\Rightarrow Q=\frac{1}{2}\cdot m\cdot u_0^2-\frac{1}{2}\cdot 2m\cdot V^2\overset{(2)}{\Rightarrow}$$

$$Q=\frac{1}{2}\cdot m\cdot u_0^2-m\cdot\frac{u_0^2}{4}\Rightarrow Q=m\cdot\frac{u_0^2}{4}\Rightarrow u_0=\sqrt{\frac{4Q}{m}}=\sqrt{\frac{4\cdot 60,5}{2}}\Rightarrow$$

$$\boxed{u_0=11m/s}$$

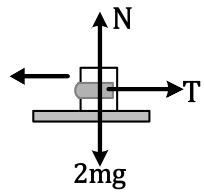
γ)

το **συσσωμάτωμα** δέχεται τις δυνάμεις :

την κάθετη δύναμη (N) –από ράβδο – ,

το βάρος του **w=2m·g=40N** &

την τριβή (T) –από ράβδο– και έχουμε :



$yy' : \Sigma\vec{F}_y=0\Rightarrow N=2m\cdot g\Rightarrow \underline{N=40N}$ οπότε και τριβή : T = μ·N ➔ <u>T = 20N</u>

Το συσσωμάτωμα αρχίζει την κίνηση του με ταχύτητα από (2): $V=\frac{u_0}{2}=5,5m/s$

και ταχύτητα 4,5m/s θα έχει, αφού διανύσει απόσταση χ_1 από άκρο Λ.

εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το συσσωμάτωμα ώστε να βρούμε πόση απόσταση έχει διανύσει:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}=W_{o\lambda}\Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}(2m)\cdot u_{\tau\varepsilon\lambda}^2-\frac{1}{2}(2m)\cdot V^2=-T\cdot x_1\Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot 4\cdot(4,5)^2-\frac{1}{2}4\cdot(5,5)^2=-20\cdot x_1\Rightarrow 2\cdot(20,25-30,25)=-20\cdot x_1\Rightarrow$$

$\boxed{x_1=1m}$ **,** από άκρο Λ

Οπότε από την στροφική ισορροπία της ράβδου , σχέση (1) :

!! προσοχή στις νέες τιμές των δυνάμεων!!

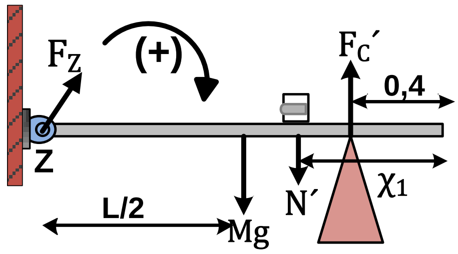
$$\boxed{\Sigma\tau_{(Z)}=0}\Rightarrow$$

$$\boxed{+\underline{\underline{N'}}\cdot(L-x_1)-F'_C\cdot(L-0,4)+M\cdot g\cdot\frac{L}{2}=0}\Rightarrow$$

$$+40\cdot 1,4-F'_C\cdot 2+80\cdot 1,2=0\Rightarrow$$

$$56+96=2\cdot F'_C\Rightarrow$$

$$28+48=F'_C\Rightarrow\quad\boxed{F'_C=76N}$$



δ)

η ράβδος , ΤΩΡΑ που κινείται το (2m), δέχεται τις παρακάτω δυνάμεις :

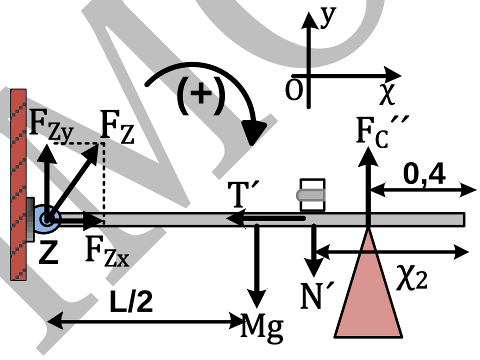
- βάρος της W=M·g=80N,
- την αντίδραση (N΄) της κάθετης δύναμης (N)

που ασκείται στο 2m : **N΄=40N**

- την κάθετη δύναμη (F_C) από το υποστήριγμα ,
- ΚΑΙ την αντίδραση της τριβής

T΄=T = 20N (προς τα αριστερά)

ενώ στην άρθρωση δέχεται και την F_Z.



Αφού ράβδος ισορροπεί μεταφορικά , θα έχουμε :

Στον χχ΄ : $\boxed{\Sigma\vec{F}_x=0}\Rightarrow F_{Zx}-T'=0\Rightarrow \underline{F_{Zx}=T'=20N}$

Στον yy΄ : $\boxed{\Sigma\vec{F}_y=0}\Rightarrow F_{Zy}+F''_C=M\cdot g+N'\Rightarrow\boxed{F_{Zy}+F''_C=120}$ (3)

Και αφού το μέτρο της F_Z είναι : $\left|\vec{F}_Z\right|=\sqrt{F_{Z\chi}^2+F_{Zy}^2}\Rightarrow$

$$\left|\vec{F}_Z\right|^2=F_{Z\chi}^2+F_{Zy}^2\Rightarrow(20\sqrt{10})^2=20^2+F_{Zy}^2\Rightarrow$$

$$20^2\cdot 10-20^2=F_{Zy}^2\Rightarrow F_{Zy}=\sqrt{9\cdot 20^2}\Rightarrow\boxed{F_{Zy}=60N}$$

Άρα η δύναμη από το υποστήριγμα τώρα θα είναι ,

από (3) : $\boxed{F''_C=60N}$

οπότε τώρα μπορούμε να βρούμε την ΝΕΑ θέση του (2m) , από σχέση (1)

$$\Sigma\tau_{(Z)}=0\Rightarrow\boxed{+\underline{\underline{N'}}\cdot(L-x_2)-F''_C\cdot(L-0,4)+M\cdot g\cdot\frac{L}{2}=0}\Rightarrow$$

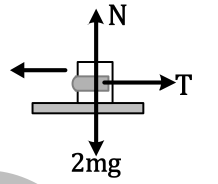
$$+40\cdot(2,4-x_2)-60\cdot 2+80\cdot 1,2=0\Rightarrow$$

$$+40\cdot(2,4-x_2)=120-96\Rightarrow$$

$$+40\cdot(2,4-x_2)=24\Rightarrow 2,4-x_2=0,6\Rightarrow$$

$$\boxed{x_2=1,8\text{m}}\ \text{από Λ}$$

αλλά το (2m) εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση :



$$2^o\ \text{N.Newton}:\ \Sigma\vec{F}_x=(2m)\cdot\vec{a}\Rightarrow$$

$$-T=(2m)\cdot a\Rightarrow -20=4\cdot a\Rightarrow$$

$$\boxed{a=-5m/s^2}$$

Η ζητούμενη χρονική στιγμή , θα βρεθεί από την μετατόπιση του (2m) :

$$x=V\cdot t-\frac{1}{2}|a|\cdot t^2\Rightarrow$$

$$1,8=5,5\cdot t-\frac{1}{2}\cdot 5\cdot t^2\Rightarrow$$

$$\boxed{+2,5\cdot t^2-5,5\cdot t+1,8=0}$$

δευτεροβάθμια… με <u>α=2,5 , β=-5,5 , γ=1,8</u>

Διακρίνουσα : $\Delta=\beta^2-4\cdot\alpha\cdot\gamma\Rightarrow\Delta=5,5^2-4\cdot 2,5\cdot 1,8\Rightarrow$

$$\Delta=30,25-18\Rightarrow\Delta=12,25>0$$

$$\text{Λύση}:\ t=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}\Rightarrow t=\frac{-(-5,5)\pm\sqrt{12,25}}{2\cdot 2,5}\Rightarrow$$

$$t=\frac{5,5\pm 3,5}{5}\Rightarrow\begin{cases}t_1=\dfrac{5,5+3,5}{5}\\ \text{H}\\ t_2=\dfrac{5,5-3,5}{5}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t_1=\dfrac{9}{5}s\quad \text{NO}\\ \text{H}\\ t_2=\dfrac{2}{5}s\quad \text{YES}\end{cases}$$

Δεκτή είναι η μικρότερη λύση **t_2=2/5=0,4s**

Αφού η άλλη t_1 είναι μεγαλύτερη από χρόνο μέχρι να σταματήσει (t_{stop}=5,5/5=1,1s)