

1^ο Διαγώνισμα Προσομοίωσης Μαθηματικών για την Εισαγωγή
Μαθητών στα Πρότυπα-Πειραματικά Λύκεια / Λύσεις

ΘΕΜΑ 1

A)

$$A = \left(\frac{1}{2}\right)^2 (-4) - \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{4}(-4) - \left(-\frac{3}{1}\right)^2 = -\frac{4}{4} - 9 = -1 - 9 = -10$$

$$B = \sqrt{-\frac{5^{-1}}{(-2) 10^{-3}}} = \sqrt{-\frac{10^3}{(-2)5}} = \sqrt{-\frac{1000}{-10}} = \sqrt{100} = 10$$

Άρα $A+B=(-10)+10=0$, άρα A και B είναι αντίθετοι.

B)

$$\begin{aligned} 2(x^2 + \psi^2) &= (x + \psi)^2 \\ 2x^2 + 2\psi^2 &= x^2 + \psi^2 + 2x\psi \\ 2x^2 + 2\psi^2 - x^2 - \psi^2 - 2x\psi &= 0 \\ x^2 + \psi^2 - 2x\psi &= 0 \\ (x - \psi)^2 &= 0 \\ x - \psi &= 0 \\ x &= \psi \end{aligned}$$

Γ) Έστω $\Sigma 1, \Sigma 2, \Sigma 3$, τα τρία αθροίσματα. Και x ο αριθμός στην κορυφή του σχήματος. Θα πρέπει $\Sigma 1 = 1 + 7 + x = \Sigma 2 = \Sigma 3$ και $\Sigma 1 = \frac{\Sigma 2 + \Sigma 3}{2}$.

Όμως $\Sigma 2 + \Sigma 3 = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + x$.

$$\text{Άρα } 1 + 7 + x = \frac{2+3+4+5+6+x}{2}$$

$$8 + x = \frac{20 + x}{2}$$

$$2(8 + x) = 20 + x$$

$$16 + 2x = 20 + x$$

$$x = 4$$

ΘΕΜΑ 2

Το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο, άρα $AB=B\Gamma=\Gamma\Delta=\Delta A$

και τα $B\Gamma E$, ABZ είναι ισόπλευρα τρίγωνα, άρα $BZ=ZA=AB=B\Gamma=\Gamma E=EB$

α) Το τρίγωνο BZE παρατηρούμε ότι έχει $BE=BZ$, άρα είναι ισοσκελές.

Επιπλέον $\widehat{ZBE} = \widehat{ZBA} + \widehat{ABE} = 60^\circ + (\widehat{AB\Gamma} - \widehat{EB\Gamma}) = 60^\circ + (90^\circ - 60^\circ) = 90^\circ$, άρα είναι και ορθογώνιο.

β) $E_{ZBE} = \frac{ZB \cdot BE}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m}^2$

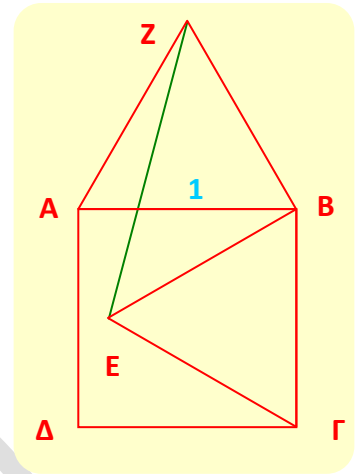
γ) Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο BZE .

$$EZ^2 = BE^2 + BZ^2$$

$$EZ^2 = 1^2 + 1^2$$

$$EZ^2 = 2$$

$$EZ = \sqrt{2} \text{ m}$$



ΘΕΜΑ 3

Η κίνηση ενός σώματος A κατά τη διάρκεια των 10 πρώτων δευτερολέπτων περιγράφεται

από τη συνάρτηση $S(t) = 40 \cdot t$, $0 \leq t \leq 10$,

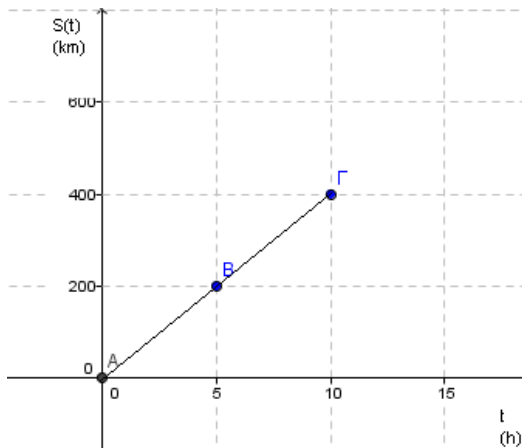
όπου $S(t)$ η απόσταση σε μέτρα (m) που έχει διανύσει το σώμα σε t δευτερόλεπτα (sec).

A)

t (σε sec)	0	5	10
$S(t)$ (σε m)	0	200	400

$$S(0) = 40 \cdot 0 = 0, S(5) = 40 \cdot 5 = 200, S(10) = 40 \cdot 10 = 400$$

B) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $S(t)$, $0 \leq t \leq 10$



Γ) Για το σώμα Α: $S(t) = 40 \cdot t \Leftrightarrow \frac{S(t)}{t} = 40$. Η ταχύτητα σε όλη τη διαδρομή είναι σταθερή και η αριθμητική της τιμή είναι ίση με την κλίση της ευθείας, δηλ. 40m/sec.

Για το σώμα Β η ταχύτητα είναι 72 km/h = 20m/sec.

$$72 \frac{km}{h} = 72 \frac{1000m}{3600sec} = \frac{72000m}{3600sec} = 20 \frac{m}{sec}$$

Άρα το Α κινείται ταχύτερα.

ΘΕΜΑ 4

Α)

φαγητό αναψυκτικό	σ	τ	γ
π	π,σ	π,τ	π,γ
λ	λ,σ	λ,τ	λ,γ

$$\Omega = \{(\pi, \sigma), (\pi, \tau), (\pi, \gamma), (\lambda, \sigma), (\lambda, \tau), (\lambda, \gamma)\}$$

Β) Ρίχνουμε ένα ζάρι, τότε

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}, \text{ άρα } N(\Omega) = 6$$

Το ενδεχόμενο να είναι άρτιος, $A = \{2,4,6\}$, άρα $N(A) = 3$

Άρα η πιθανότητα να φέρουμε άρτιο αριθμό $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = 0.5$

$$\Gamma) \sqrt{4 + \sqrt{23 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}}} = \sqrt{4 + \sqrt{23 + \sqrt{2 + 2}}} = \sqrt{4 + \sqrt{23 + \sqrt{4}}} = \sqrt{4 + \sqrt{23 + 2}} = \sqrt{4 + \sqrt{25}} = \sqrt{4 + 5} = \sqrt{9} = 3$$