ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. σχολικό βιβλίο σελ. 133

Α2. α-Σ, β-Λ, γi-Σ, γii-Σ, γiii-Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Οι $\kappa, \kappa+2, 2\kappa+1$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν $(\kappa+2)^2=\kappa(2\kappa+1) \Leftrightarrow \kappa^2+4\kappa+4=2\kappa^2+\kappa \Leftrightarrow \kappa^2-3\kappa-4=0 \Leftrightarrow$

$\kappa=-1$ απορρίπτεται, αφού $\kappa>0$ η' $\kappa=4$ δεκτή.

Β2. Οι τρεις αριθμοί είναι: 4,6,9 και ο λόγος της προόδου είναι $\lambda=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

Β3. $\alpha_4=\alpha_1\lambda^3 \Leftrightarrow 4=\alpha_1\left(\frac{3}{2}\right)^3 \Leftrightarrow 4=\frac{27}{8}\alpha_1 \Leftrightarrow \alpha_1=\frac{32}{27}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ισχύει : $\begin{cases}\alpha_2+\alpha_4=10\\ \alpha_3+\alpha_5=20\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\alpha_1\lambda+\alpha_1\lambda^3=10\\ \alpha_1\lambda^2+\alpha_1\lambda^4=20\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\alpha_1\lambda\left(1+\lambda^2\right)=10 :(1)\\ \alpha_1\lambda^2\left(1+\lambda^2\right)=20:(2)\end{cases}$

Από διαίρεση των (1),(2) παίρνουμε ότι: $\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \lambda=2$

Για $\lambda=2$ η (1) δίνει $2\alpha_1(1+2^2)=10 \Leftrightarrow \alpha_1=1$.

Γ2. $\alpha_\nu=2048 \Leftrightarrow \alpha_1\lambda^{\nu-1}=2^{11} \Leftrightarrow 2^{\nu-1}=2^{11} \Leftrightarrow \nu-1=11 \Leftrightarrow \nu=12$.

Γ3. $S_{10} = \alpha_1 \dfrac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1} = 1 \cdot \dfrac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 1023$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $\dfrac{\alpha_{\nu+1}}{\alpha_\nu} = \dfrac{\frac{4^{\nu+1}}{2^{\nu+2}}}{\frac{4^\nu}{2^{\nu+1}}} = ... = 2,$ σταθερό για κάθε $\nu \in \mathbb{N}$. Συνεπώς η ακολουθία α_ν αποτελεί γεωμετρική

πρόοδο με $\lambda = 2$ και για ν=1 στον τύπο της προκύπτει : $\alpha_1 = \dfrac{4}{2^2} = 1$

Δ2. Έστω S το ζητούμενο άθροισμα τότε:

$$S = S_{15} - S_5 = \frac{2^{15} - 1}{2 - 1} - \frac{2^5 - 1}{2 - 1} = 2^{15} - 1 - 2^5 + 1 = 2^{15} - 2^5 = 2^5(2^{10} - 1) = 32 \cdot 1023 = 32736$$

Δ3. $\alpha_\nu > 256 \Leftrightarrow 2^{\nu-1} > 2^8 \Leftrightarrow \nu - 1 > 8 \Leftrightarrow \nu > 9$.

Συνεπώς ο ζητούμενος όρος είναι ο $\alpha_{10} = 2^9 = 512$.

Επιμέλεια: Βιδάλης Ιωάννης, Ορφανού Ειρήνη

Τμήμα Μαθηματικών

ΟΡΟΣΗΜΟ Αγ. Παρασκευής – Χολαργού - Παπάγου