



### 3ο ΘΕΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

#### ΑΛΓΕΒΡΑ

(Λογάριθμος – Λογαριθμική Συνάρτηση)

#### ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

#### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

##### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Αν  $\alpha > 0$  με  $\alpha \neq 1$ , τότε για οποιαδήποτε  $\theta_1, \theta_2 > 0$  ισχύει  $\log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2 = \log_{\alpha} (\theta_1 \theta_2)$ .

**Μονάδες 15**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ**.

α. Ισχύει ότι  $\log \frac{\sqrt{x}}{y^2} = \frac{1}{2} \log x - 2 \log y$

β. Ισχύει ότι  $\ln e = 1$ .

γ. Ισχύει ότι  $\log_a \theta^2 = \log_a^2 \theta$

δ. Ισχύει ότι  $\ln \frac{1}{e} = -1$ .

ε. Ισχύει ότι  $\ln(\varepsilon \varphi \frac{\pi}{4}) = 0$

**Μονάδες 2x5**

##### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln[\ln(x^2 - x + a)]$

**B1.** Αν η γραφική της παράσταση διέρχεται από την αρχή των αξόνων να δείξετε ότι  $a = e$ .

**Μονάδες 8**

**B2.** Για την τιμή του  $\alpha$  που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα να βρείτε:

**α)** το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

**Μονάδες 8**

**β)** σε ποια άλλα σημεία τέμνει η γραφική της παράσταση τον  $x'x$ .

**Μονάδες 9**

### **ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση :  $f(x) = \frac{\ln x}{1 - \ln x}$

**Γ1.** Βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

**Μονάδες 8**

**Γ2.** Βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της  $f$  με την ευθεία  $y = 1$ .

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Βρείτε τα διαστήματα του  $x$  στα οποία η γραφική παράσταση της  $f$  βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 9**

### **ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση :  $f(x) = \frac{a \cdot e^x}{\beta \cdot x^2 + 1}$  με  $x \in \mathbb{R}$  της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει

τον  $y'y$  στο σημείο με τεταγμένη 1 και  $f(1) = \frac{e}{2}$ .

**Δ1.** Βρείτε τα  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 7**

**Δ2.** Για τα  $\alpha=1$  και  $\beta=1$  να δείξετε ότι:  $f(x) = e^{x - \ln(x^2 + 1)}$  με  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Λύστε την εξίσωση:  $x - \ln[f(x)] = 3 \ln(\sqrt[3]{2} \cdot x)$ .

**Μονάδες 10**