



**6° ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΑΛΓΕΒΡΑ**

**Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

(ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ)

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι  $|a + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$  για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Πότε ισχύει η ισότητα;

**Μονάδες 15**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως ΣΩΣΤΕΣ ή ΛΑΘΟΣ.

- i. Για κάθε πραγματικό αριθμό  $x$  ισχύει  $||x| + x| = |x| + x$ .
- ii. Ισχύει ότι  $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- iii. Έστω  $\Omega$  ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης με ισοπίθανα αποτελέσματα και  $A, B$  δυο ενδεχόμενα του  $\Omega$ , τότε:
  - α. Αν ισχύει  $N(A) = N(B)$  τότε  $P(A) = P(B)$
  - β. Αν  $P(A) = P(B)$  τότε  $A = B$ .
  - γ.  $P(A \cup B) \leq P(A \cap B)$ .

**Μονάδες 2x5**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 + \beta x + \kappa\lambda$ ,  $\kappa, \lambda, \beta \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Αν οι αριθμοί  $\kappa, \frac{\beta}{2}, \lambda$  είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να δείξετε ότι η  $f(x)$  έχει μια διπλή ρίζα.

**Μονάδες 10**

**B2.** Αν η διπλή ρίζα είναι το 1, να δείξετε ότι  $\beta = -2$ .

**Μονάδες 8**

**B3.** Αν  $\beta = -2$  να λυθεί η ανίσωση  $f(x) \leq 0$ .

**Μονάδες 7**

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Να βρείτε τις θετικές τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  αν η εξίσωση  $x^2 - \lambda x + \frac{1}{4} = 0$ , (1) έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες.

**Μονάδες 8**

**Γ2.** Για τις τιμές του  $\lambda$  που βρήκατε στο Α ερώτημα να απλοποιήσετε την συνάρτηση:  
 $f(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 - 2\lambda + 1} + \sqrt{\lambda^2 + 2\lambda + 1} + |\lambda^2 + 1|$ .

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Αν  $f(\lambda) + \mu^2 - 4\mu + 4 = 0$  να βρείτε τα  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 4**

**Γ4.** Για την τιμή του  $\lambda$  του προηγούμενου ερωτήματος να δείξετε ότι η (1) έχει μία διπλή ρίζα την οποία και να βρείτε.

**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ Δ

Έστω ότι ο  $\Omega$  είναι ένας δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και  $A, B$  δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενά του, με  $A \neq \emptyset$  και  $A, B \neq \Omega$ . Αν  $P(A) = \alpha$ ,  $P(B) = \beta$

**Δ1.** Να δείξετε ότι  $\beta\alpha^2 + \alpha - \alpha\beta > \alpha^2$ .

**Μονάδες 7**

**Δ2.** Αν  $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$  και  $P(B) = 4P(A)$  βρείτε τα  $P(A), P(B)$ .

**Μονάδες 4**

**Δ3.** Αν ο 2<sup>ος</sup> και ο 5<sup>ος</sup> όρος μιας γεωμετρικής προόδου είναι  $\frac{1}{4}$  και 2 αντίστοιχα, να δείξετε ότι  $a_1 = P(A)$ ,  $a_3 = P(B)$ .

**Μονάδες 7**

**Δ4.** Να δείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο  $A(1, a_5)$ , είναι παράλληλη με την ευθεία  $y = 2(S_3 + \frac{1}{8})x - 1$  όπου  $S_3$  το άθροισμα των τριών πρώτων όρων της πιο πάνω προόδου.

**Μονάδες 7**

ΟΡΦΟΝΣΗΤΗΜΟ

Επιμέλεια: Βιδάλης Ιωάννης, Ορφανού Ειρήνη

Τμήμα Μαθηματικών

Ορόσημο Αγίας Παρασκευής – Χολαργού – Παπάγου