



3^ο ΘΕΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

A1. Να αποδείξετε ότι για την εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ με ρίζες ρ_1 και ρ_2 ισχύει

$$S = \rho_1 + \rho_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } P = \rho_1 \rho_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Μονάδες 10

A2. Να γραφεί ο ορισμός της τετραγωνικής ρίζας πραγματικού αριθμού.

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε χωρίς αιτιολόγηση τις ακόλουθες προτάσεις σαν σωστές (**Σ**) ή λανθασμένες (**Λ**)

1) Η απόσταση δύο σημείων $A(x_A, y_A)$ και $B(x_B, y_B)$ στο καρτεσιανό επίπεδο δίνεται από τον

$$\text{τύπο } d(A, B) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

2) Για τρεις διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου α, β, γ ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$.

3) Η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = |x|$ είναι άρτια.

4) Η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{2}{x^4 + 1}$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R} - \{-1\}$.

5) Ισχύει $(\sqrt{x})^2 = x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 10

Θέμα Β

B1. Τρεις ταχυδρόμοι πρόκειται να μοιράσουν επιστολές στις οδούς Πανεπιστημίου, Ακαδημίας και Σταδίου. Για την οδό Πανεπιστημίου υπάρχει ένας σάκος, για την Ακαδημίας δύο σάκοι και για την Σταδίου δύο σάκοι. Δίνουμε με τη σειρά που προαναφέρθηκαν, ένα σάκο τυχαία σε κάθε ταχυδρόμο.

α) Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος του πειράματος τύχης.

β) Να βρεθούν τα ενδεχόμενα :

A: ο ταχυδρόμος της οδού Πανεπιστημίου πήρε λάθος σάκο.

B: όλοι οι ταχυδρόμοι πήραν σωστό σάκο.

Μονάδες 15

B2. Έστω A, B ενδεχόμενα δειγματικού χώρου Ω και οι πιθανότητες $P(A \cup B) = \frac{8}{10}$, $P(A) = \frac{4}{10}$,

$P(B) = \frac{5}{10}$. Να βρεθούν οι πιθανότητες $P(A \cap B)$ και $P(B - A)$

Μονάδες 10

Θέμα Γ

Γ1. Να βρεθούν οι αριθμοί $x, y \in \mathbb{R}$ στις ακόλουθες περιπτώσεις:

α) $|2x - 1| + |y| = 0$

β) $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0$

Μονάδες 7+7

Γ2. Να γραφεί η παράσταση $A = \left\| |x^2 + 7| + |x^2 + 4x + 4| \right\|$ χωρίς απόλυτες τιμές.

Μονάδες 6

Γ3. Να λυθεί η ανισότητα $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 \leq \left| \frac{x^2 - 4}{x + 2} \right|^3$

Μονάδες 5

Θέμα Δ

Δ1. Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ να αποδείξετε ότι $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|\alpha|}$.

Μονάδες 9

Δ2. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\alpha x^2 - (\alpha + 2\beta)x + \beta = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες.

Μονάδες 8

Δ3. Να βρεθεί η τιμή της μη μηδενικής πραγματικής παραμέτρου λ ώστε η εξίσωση $\lambda x^2 - (\lambda - 3)x + \lambda + 5 = 0$ να έχει διπλή ρίζα. Κατόπιν να προσδιορίσετε τη ρίζα αυτή.

Μονάδες 8

Επιμέλεια: ΝΑΣΙΟΠΟΥΛΟΣ ΣΤΕΡΓΙΟΣ

Τομέας Μαθηματικών

Ορόσημο Αθήνας