ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. σχολικό βιβλίο σελ. 126

Α2. α-Σ, β-Λ, γ-Σ, δ-Σ, ε-Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Έστω α,γ οι ζητούμενοι αριθμοί με $a<\gamma$ τότε:

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha+\gamma}{2}=31 \\ \gamma-\alpha=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha+\gamma=62 \\ -\alpha+\gamma=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\gamma=72 \\ \alpha=\gamma-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \gamma=36 \\ \alpha=26 \end{cases}$$

$$(+)\quad 2\gamma=72$$

Β2. Αφού οι 26,31,36 αποτελούν τους τρεις πρώτους όρους αριθμητικής προόδου ισχύει ότι $\alpha_1=26$, $\omega=5$.

Συνεπώς : $S_{10}=\dfrac{10}{2}\left(2\cdot 26+9.5\right)=5(52+45)=5\cdot 97=485$

Β3. $a_\nu=66 \Leftrightarrow \alpha_1+(\nu-1)\omega=66 \Leftrightarrow 26+5(\nu-1)=66 \Leftrightarrow 5(\nu-1)=40 \Leftrightarrow \nu-1=8 \Leftrightarrow \nu=9$

Άρα ο ζητούμενος όρος είναι ο α_9 .

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Λύνοντας την εξίσωση: $x^2-50x+49=0$ βρίσκουμε τις ρίζες της που είναι $x=49$ ή $x=1$.

Έστω $x_1,x_2,...,x_7$ οι ζητούμενοι αριθμοί τότε οι $1,x_1,x_2,...,x_7,49$ είναι οι 9 πρώτοι όροι της αριθμητικής προόδου με $\alpha_1=1$, $\alpha_9=49$ οπότε:

$a_9=49 \Leftrightarrow \alpha_1+8\omega=49 \Leftrightarrow 1+8\omega=49 \Leftrightarrow 8\omega=48 \Leftrightarrow \omega=6$

Άρα οι ζητούμενοι αριθμοί είναι : 7,13,19,25,31,37,43.

Γ2. Οι παραπάνω 7 αριθμοί αποτελούν τους 7 πρώτους όρους αριθμητικής προόδου με $\alpha_1 = 7$, $\omega = 6$.

Συνεπώς: $S_7 = \dfrac{7}{2}\left(7+43\right) = \dfrac{7}{2}\cdot 50 = 7\cdot 25 = 175$

Γ3. Για $x \neq 2$:

$$\frac{x^2-1}{x-2} \geq \frac{S_7}{25} \Leftrightarrow \frac{x^2-1}{x-2} \geq \frac{175}{25} \Leftrightarrow \frac{x^2-1}{x-2} \geq 7 \Leftrightarrow \frac{x^2-1}{x-2} - 7 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-1-7x+14}{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-7x+13}{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$(x^2-7x+13)\cdot\left(x-2\right) \geq 0 \Leftrightarrow x-2 \geq 0 \overset{x\neq 2}{\Leftrightarrow} x > 2$,διότι για το τριώνυμο ισχύει

Δ=-3<0 συνεπώς $x^2-7x+13>0$, $\textit{για κάθε } x \in \mathbb{R}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Λύνουμε την εξίσωση: $\left|x-1\right| = 3 \Leftrightarrow x-1=3 \text{ ή } x-1=-3 \Leftrightarrow x=4 \text{ ή } x=-2$

οπότε $x_1 = -2$ και $x_2 = 4$.

Ισχύει: $\begin{cases} a_2 + a_{10} = 4 \\ a_1 + a_5 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + \omega + a_1 + 9\omega = 4 \\ a_1 + a_1 + 4\omega = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a_1 + 10\omega = 4 \\ 2a_1 + 4\omega = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\alpha_1 + 10\omega = 4 \\ 2\alpha_1 = -2-4\omega \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 2\alpha_1 + 10\omega = 4 \\ \alpha_1 = -1-2\omega \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2-4\omega+10\omega = 4 \\ \alpha_1 = -1-2\omega \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6\omega = 6 \\ \alpha_1 = -1-2\omega \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega = 1 \\ \alpha_1 = -1-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega = 1 \\ \alpha_1 = -3 \end{cases}$$

Δ2. Η πρόοδος είναι -3, -2, -1, … Ο νιοστός όρος της είναι
$\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu-1)\omega = -3 + (\nu-1)1 = -3+\nu-1 = \nu-4$

Δ3. $S_\nu = 130 \Leftrightarrow \dfrac{\nu}{2}[2a_1 + (\nu-1)\omega] = 130 \Leftrightarrow \nu(-6+(\nu-1)1) = 260 \Leftrightarrow$

$-6\nu + \nu^2 - \nu - 260 = 0 \Leftrightarrow \nu^2 - 7\nu - 260 = 0$ που έχει λύσεις $\nu = 20$ δεκτή ή $\nu = -13$ απορρίπτεται άρα το άθροισμα των 20 πρώτων όρων ισούται με 130.

Επιμέλεια: Βιδάλης Ιωάννης, Ορφανού Ειρήνη

Τμήμα Μαθηματικών

ΟΡΟΣΗΜΟ ΑΓ. ΠΑΡΑΣΚΕΥΗΣ – ΧΟΛΑΡΓΟΥ - ΠΑΠΑΓΟΥ