ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. σχολικό βιβλίο σελ. 141

Α2. **α.** Λ, **β.** Λ, **γ.** Λ

Α3. $\lambda^3-4\lambda=0 \Leftrightarrow \lambda(\lambda^2-4)=0 \Leftrightarrow \lambda(\lambda+2)(\lambda-2)=0 \Leftrightarrow \lambda=0\ \acute{\eta}\ \lambda=2\ \acute{\eta}\ \lambda=-2$

Για $\lambda\neq 0\ \kappa\alpha\iota\ \lambda\neq 2\ \kappa\alpha\iota\ \lambda\neq -2$ είναι 3ου βαθμού.

Για $\lambda=0$: $P(x)=-4x-2$, άρα είναι 1ου βαθμού.

Για $\lambda=-2$: $P(x)=8x^2-4$, άρα είναι 2ου βαθμού.

Για $\lambda=2$: $P(x)=0$, άρα δεν ορίζεται βαθμός.

ΘΕΜΑ Β

Β1. 1ος τρόπος:

Με διαίρεση πολυωνύμων παίρνουμε $\mathrm{P}(x)=(x^2-x-2)(2x^2-5x-3)$. Άρα το x^2-x-2 είναι παράγοντας του $\mathrm{P}(x)$.Το πηλίκο της διαίρεσης είναι: $\pi(x)=2x^2-5x-3$.

2ος τρόπος:

Ισχύει: $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$.

Από Horner του $\mathrm{P}(x)$ στη θέση 2 έχουμε:

2	-7	-2	13	6	2
	4	-6	-16	-6	
2	-3	-8	-3	0	

Οπότε: $\mathrm{P}(x)=(x-2)(2x^3-3x^2-8x-3)$ (1)

Από Horner του $Q(x)=2x^3-3x^2-8x-3$ στη θέση -1 έχουμε:

2	-3	-8	-3	-1
	-2	5	3	
2	-5	-3	0	

Οπότε: $Q(x)=(x+1)(2x^2-5x-3)$ (2)

Από τις (1),(2) : $P(x)=(x-2)(x+1)(2x^2-5x-3)$. Οπότε το πηλίκο είναι: $\pi(x)=2x^2-5x-3$

Β2. Η C_f τέμνει τον x'x:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 12x^3-4x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow 4x^2(3x-1)-(3x-1)=0 \Leftrightarrow (3x-1)(4x^2-1)=0 \Leftrightarrow$$

$$x=\frac{1}{3}\ \acute{\eta}\ 4x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}\ \acute{\eta}\ x^2=\frac{1}{4} \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}\ \acute{\eta}\ x=\frac{1}{2}\ \acute{\eta}\ x=-\frac{1}{2}$$

Επομένως τα σημεία τομής με τον x'x είναι $\mathrm{A}\left(\frac{1}{2},0\right)$, $\mathrm{B}\left(\frac{1}{3},0\right)$, $\Gamma\left(-\frac{1}{2},0\right)$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Εκτελώντας τη διαίρεση $P(x):(x^2+2x+3)$ βρίσκουμε πηλίκο $\pi(x)=x+(\alpha-2)$ και υπόλοιπο $\upsilon(x)=(-2\alpha+\beta+1)x+(3\beta-3\alpha+6)$.

Πρέπει:

$$\upsilon(x)=0 \Leftrightarrow$$
$$\begin{cases}-2\alpha+\beta+1=0\\-3\alpha+3\beta+6=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2\alpha+\beta=-1\\-3\alpha+3\beta=-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6\alpha-3\beta=3\\-3\alpha+3\beta=-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3\alpha=-3\\-3\alpha+3\beta=-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\alpha=-1\\\beta=-3\end{cases}$$
$$(+)\quad 3a=-3$$

Γ2. Για $\alpha=-1\ \kappa\alpha\iota\ \beta=-3$ το πολυώνυμο είναι $\mathrm{P}(x)=x^3-x^2-3x-9$.

Ζητάμε τις λύσεις της ανίσωσης: $P(x)>0 \Leftrightarrow x^3-x^2-3x-9>0:(1)$.

Για α= -1 και β= -3 λόγω Γ1 π(x)=x-3 και υ(x)=0.

Οπότε από (1) $\Leftrightarrow$ $(x-3)(x^2+2x+3)>0 \Leftrightarrow x-3>0 \Leftrightarrow x>3$,

αφού $x^2+2x+3>0$ για κάθε $x^2+2x+3>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$ ($\Delta=-8<0$ και α=1>0)

Οπότε η γραφική παράσταση του P(x) είναι πάνω από τον άξονα x΄x για x > 3.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έχουμε : $\begin{cases} P(-1)=1+\lambda-\mu+4=10 \\ P(2)=-8+4\lambda+2\mu+4=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda-\mu=5 \\ 4\lambda+2\mu=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda-\mu=5 \\ 2\lambda+\mu=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda-\mu=5 \\ 3\lambda=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mu=-3 \\ \lambda=2 \end{cases}$

$\overline{(+)\quad 3\lambda=6}$

Δ2. α. Για λ=2 και μ=-3 το πολυώνυμο γίνεται $P(x)=-x^3+2x^2-3x+4$

Από Horner του $P(x)$ στη θέση $\frac{1}{2}$ έχουμε:

-1	2	-3	4	$1/2$
	$-1/2$	$3/4$	$-9/8$	
-1	$3/2$	$-9/4$	$\boxed{23/8}$	

$\pi(x)=-x^2+\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}$ και υπόλοιπο $\upsilon(x)=\frac{23}{8}$.

Οπότε η ταυτότητα της διαίρεσης είναι $P(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(-x^2+\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}\right)+\frac{23}{8}:(1)$

Δ2. β.

$$P(x)>\frac{23}{8}\overset{(1)}{\Leftrightarrow}(x-\frac{1}{2})\left(-x^2+\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}\right)+\frac{23}{8}>\frac{23}{8}\Leftrightarrow(x-\frac{1}{2})\left(-x^2+\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}\right)>0\overset{*}{\Leftrightarrow}x-\frac{1}{2}<0\Leftrightarrow x<\frac{1}{2}$$

(* $-x^2+\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}<0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$,αφού $\Delta=-\frac{27}{4}<0\,\kappa\alpha\iota\,\alpha<0$)

Επιμέλεια: Βιδάλης Ιωάννης, Ορφανού Ειρήνη

Τμήμα Μαθηματικών

Ορόσημο Αγίας Παρασκευής – Χολαργού - Παπάγου