ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. δ

Α3. α

Α4. δ

Α5. α) Σωστό, **β)** Σωστό, **γ)** Λάθος, **δ)** Λάθος, **ε)** Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

Β1.

α) Αρχικά έχουμε: $\overline{K_1} = \frac{3}{2}kT_1$ (1)

και τελικά: $\overline{K_2} = 2\overline{K_1} \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{3}{2}kT_2 = 2\frac{3}{2}kT_1 \Rightarrow T_2 = 2T_1$ (2)

Άρα σωστή είναι η πρόταση (ιιι)

β) Αρχικά, η καταστατική εξίσωση είναι: $P_1V_1 = nRT_1$ (3)

Τελικά, η καταστατική εξίσωση είναι: $P_2V_2 = nRT_2$ (4)

Διαιρώντας τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε:

$$\frac{P_1V_1}{P_2V_2} = \frac{nRT_1}{nRT_2} \overset{(V_2=\frac{V_1}{2}),(2)}{\Rightarrow} \frac{P_1V_1}{P_2\frac{V_1}{2}} = \frac{T_1}{2T_1} \Rightarrow \frac{P_1V_1}{P_2\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2P_1}{P_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow P_2 = 4P_1$$

Άρα σωστή είναι η πρόταση (ιιι).

B2.

α) Για $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$ έχουμε: $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{\dfrac{m_1\upsilon_1}{Bq_1}}{\dfrac{m_2\upsilon_2}{Bq_2}} \Rightarrow \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{m_1\upsilon q_2}{m_2\upsilon q_1} \overset{(m_2=4m_1),(q_2=2q_1)}{\Rightarrow} \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{m_1 2q_1}{2m_1 q_1} \Rightarrow \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{1}{2}$

β) Για $\upsilon_1 \neq \upsilon_2$ έχουμε: $\dfrac{K_1}{K_2} = \dfrac{\dfrac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}{\dfrac{1}{2}m_2\upsilon_2^2} \overset{(m_1=4m_2)}{\Rightarrow} \dfrac{K_1}{K_2} = \dfrac{m_1}{4m_1}\left(\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{K_1}{K_2} = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2$ (1)

Όμως: $R = \dfrac{m\upsilon}{B|q|} \Rightarrow \upsilon = \dfrac{RB|q|}{m}$ (2)

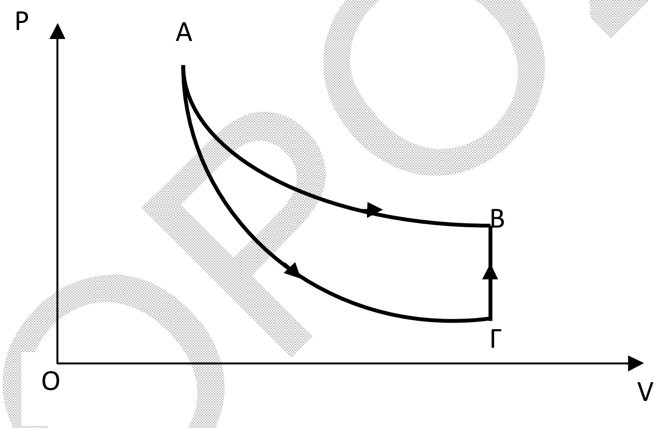
Άρα:

$$(1)\overset{(2)}{\Rightarrow} \frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{4}\left(\frac{\dfrac{R_1Bq_1}{m_1}}{\dfrac{R_2Bq_2}{m_2}}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{R_1q_1m_2}{R_2q_2m_1}\right)^2 \overset{(m_2=4m_1),(q_2=2q_1)}{\Rightarrow} \frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{4}\left(\frac{R_1q_1 4m_1}{R_2 2q_1m_1}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{R_1}{R_2}2\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

B3.

α)



β) Ισχύει ότι το έργο για κάθε μεταβολή ισούται αριθμητικά με το εμβαδό που σχηματίζεται στο χώρο μεταξύ της καμπύλης της μεταβολής και του άξονα των όγκων.

Παρατηρούμε ότι μεγαλύτερο εμβαδό έχουμε κατά τη μεταβολή του 1ου τρόπου.

Άρα $W_{AB} > W_{A\Gamma B}$

γ) $\Delta U_{AB} = nC_V \Delta T = nC_V (T_{\tau\varepsilon\lambda} - T_{\alpha\rho\chi}) = nC_V (T_B - T_A)$ (1)

Όμως, αφού η μεταβολή Α→Β είναι ισόθερμη: T_A=T_B.

Άρα $(1) \Rightarrow \Delta U_{AB} = 0$

Επίσης: $\Delta U_{AB\Gamma} = nC_V \Delta T = nC_V (T_{\tau\varepsilon\lambda} - T_{\alpha\rho\chi}) = nC_V (T_B - T_A) \Rightarrow \Delta U_{AB\Gamma} = 0$

Άρα σωστή είναι η πρόταση (ιιι)

δ) Από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο ισχύει:

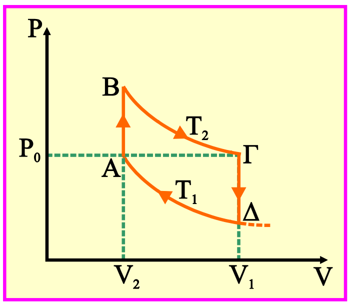
$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = 0 + W_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = W_{AB}$ (2)

$Q_{A\Gamma B} = \Delta U_{A\Gamma B} + W_{A\Gamma B} = 0 + W_{A\Gamma B} \Rightarrow Q_{A\Gamma B} = W_{A\Gamma B}$ (3)

Όμως από το (β) ερώτημα έχουμε $W_{AB} > W_{A\Gamma B}$. Συνεπώς, από τις εξισώσεις (2) και (3) προκύπτει: $Q_{AB} > Q_{A\Gamma B}$. Άρα σωστή είναι η πρόταση (ι).

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Από το διάγραμμα που δίνεται φαίνεται ότι κατά τη μεταβολή ΑΒ η πυκνότητα του αερίου παραμένει σταθερή. Είναι $\rho = \frac{m}{V}$ και m = σταθ. οπότε προκύπτει ότι και V = σταθ. δηλαδή η μεταβολή ΑΒ είναι ισόχωρη. Όμοια και η μεταβολή ΓΔ είναι ισόχωρη. Στις μεταβολές ΒΓ και ΔΑ παρατηρούμε ότι η πίεση είναι ανάλογη της πυκνότητας. Από την καταστατική εξίσωση έχουμε ότι: $P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow P = \frac{\rho \cdot R \cdot T}{M}$ από όπου φαίνεται ότι η πίεση είναι ανάλογη της πυκνότητας όταν η απόλυτη θερμοκρασία παραμένει σταθερή δηλαδή οι μεταβολές ΒΓ και ΔΑ είναι ισόθερμες. Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα έχει τη μορφή:



Γ2. Από τον νόμο του Boyle για τις ισόθερμες μεταβολές ΒΓ και ΔΑ έχω αντίστοιχα:

$P_B \cdot V_2 = P_0 \cdot V_1$ (1) και $P_\Delta \cdot V_1 = P_0 \cdot V_2$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των (1) και (2) προκύπτει: $\frac{P_B}{P_\Delta} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2$ (3).

Για την κατάσταση Β έχω $\rho_2 = \dfrac{m}{V_2}$ ενώ για Δ είναι $\rho_1 = \dfrac{m}{V_1}$.

Είναι $\rho_2 = 4\rho_1 \Rightarrow \dfrac{m}{V_2} = 4\dfrac{m}{V_1} \Rightarrow V_1 = 4V_2$ οπότε η (3) γίνεται: $\dfrac{P_B}{P_\Delta} = 16 \Rightarrow P_B = 16P_\Delta$.

Γ3. Για την κατάσταση Α έχουμε $P_0 = \dfrac{1}{3}\rho_2 \cdot \upsilon^2_{\varepsilon\nu(A)}$ (4) και για την κατάσταση Γ

$P_0 = \dfrac{1}{3}\rho_1 \cdot \upsilon^2_{\varepsilon\nu(\Gamma)}$ (5)

Από τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει:

$$\frac{1}{3}\rho_2 \cdot \upsilon^2_{\varepsilon\nu(A)} = \frac{1}{3}\rho_1 \cdot \upsilon^2_{\varepsilon\nu(\Gamma)} \Rightarrow \upsilon^2_{\varepsilon\nu(\Gamma)} = 4 \cdot \upsilon^2_{\varepsilon\nu(A)} \Rightarrow \upsilon_{\varepsilon\nu(\Gamma)} = 2 \cdot \upsilon_{\varepsilon\nu(A)}$$

Επειδή $T_\Gamma = T_B = T_2$ και $T_A = T_\Delta = T_1$ είναι $\upsilon_{\varepsilon\nu(\Gamma)} = \upsilon_{\varepsilon\nu(B)}$ και $\upsilon_{\varepsilon\nu(A)} = \upsilon_{\varepsilon\nu(\Delta)}$

Έτσι τελικά έχουμε: $\upsilon_{\varepsilon\nu(B)} = 2\upsilon_{\varepsilon\nu(\Delta)}$.

Γ4. Ισχύει: $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{C_V + R}{C_V} = 1 + \dfrac{R}{C_V} \Rightarrow \dfrac{R}{C_V} = \gamma - 1 \Rightarrow \dfrac{C_V}{R} = \dfrac{1}{\gamma - 1} \Rightarrow C_V = \dfrac{R}{\gamma - 1} = \dfrac{R}{\frac{5}{3} - 1} = \dfrac{3}{2}R$

Ισχύει $\upsilon_{\varepsilon\nu(B)} = 2\upsilon_{\varepsilon\nu(\Delta)}$ από όπου έχουμε $\sqrt{\dfrac{3kT_2}{m}} = 1\sqrt{\dfrac{3kT_1}{m}} \Rightarrow T_2 = 4T_1$ (6)

Είναι $Q_{AB} = n \cdot C_V \left(T_2 - T_1\right) \Rightarrow Q_{AB} = 3n \cdot C_V \cdot T_1$

$$Q_{B\Gamma} = n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ell n \frac{V_1}{V_2} = 4nRT_1 \cdot \ell n \frac{4V_2}{V_2} = 8nRT_1 \cdot \ell n2$$

Οπότε $Q_h = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} = 3nC_V \cdot T_1 + 8nRT_1 \cdot \ell n2$

Επίσης $Q_{\Gamma\Delta} = nC_V \left(T_1 - T_2\right) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = -3nC_V \cdot T_1$

$$Q_{\Delta A} = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ell n \frac{V_2}{V_1} = nRT_1 \cdot \ell n \frac{V_2}{4V_2} = -2nRT_1 \cdot \ell n2$$

Οπότε $Q_C = Q_{\Gamma\Delta} + Q_{\Delta A} = -3nC_V \cdot T_1 - 2nRT_1 \cdot \ell n2$

Έτσι η απόδοση της μηχανής που λειτουργεί με αυτό το κύκλο είναι:

$$e = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_h} = 1 - \frac{3nC_V \cdot T_1 + 2nR \cdot T_1 \cdot \ell n2}{3nC_V \cdot T_1 + 8nR \cdot T_1 \cdot \ell n2} = 1 - \frac{3C_V + 2R \cdot \ell n2}{3C_V + 8R \cdot \ell n2}$$

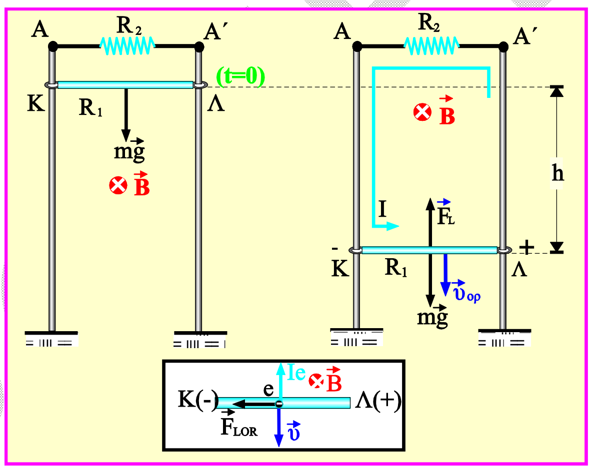
Με $\gamma = \frac{5}{3}$ προκύπτει ότι $C_V = \frac{3}{2}R$ οπότε τελικά έχουμε:

$$e = 1 - \frac{3\frac{3}{2}R + 2R\cdot \ell n2}{3\frac{3}{2}R + 8R\cdot \ell n2} = 1 - \frac{9 + 4\cdot \ell n2}{9 + 16\cdot \ell n2} = \frac{12\cdot \ell n2}{9 + 16\cdot \ell n2} \approx 0,42$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αρχικά ο αγωγός επιταχύνεται υπό την επίδραση του βάρους του. Ακολούθως δημιουργείται $E_{Επ}$ = BυL που προκαλεί ηλεκτρικό ρεύμα $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R_1 + R_2} = \frac{B\upsilon L}{R_1 + R_2}$. Η δύναμη Laplace που δημιουργείται, λόγω του κανόνα του Lenz αντιτίθεται στο βάρος. Η κίνηση είναι επιταχυνόμενη (όχι ομαλά) με μειούμενο ρυθμό αύξησης της ταχύτητας γιατί η δύναμη Laplace αυξάνει συνεχώς.

Δ2. $\upsilon = \upsilon_{op} \Rightarrow \Sigma F = 0$ τότε $F_L = mg$ ή $BIL = mg$ ή $B\frac{B\upsilon_{op}L}{R_1 + R_2}L = mg$ ή $\upsilon_{op} = \frac{mg(R_1 + R_2)}{B^2L^2} = 10\,m/s$



Δ3. Όταν υ = υ_{op} η ένταση του ρεύματος έχει τιμή: $I = \frac{B\upsilon_{op}L}{R_1 + R_2} = 1A$

Τότε: $P_1 = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = I^2R_1 = 4\,W$ και $P_2 = \frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = I^2R_2 = 6\,W$

Δ4. Η δυναμική βαρυτική ενέργεια mgh μετατράπηκε σε κινητική και σε θερμότητα στις δύο αντιστάσεις.

Α.Δ.Ε.: $mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_{op}^2 + Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_1 + Q_2 = 4\,J$ (1)

Επειδή οι αντιστάσεις R_1 και R_2 διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα ισχύει:

$q = I\Delta t = \frac{E_{ΕΠ}}{R_1 + R_2}\Delta t = \frac{|\Delta\Phi|}{R_1 + R_2} = \frac{B \cdot \Delta A}{R_1 + R_2} = \frac{BhL}{R_1 + R_2} = 0{,}9\,C$, όπου ΔΑ = hL το εμβαδό που σάρωσε ο αγωγός κατά την κίνησή του.

Επιμέλεια: Αποστόλου Άρης
Φυσικός
ΟΡΟΣΗΜΟ ΑΘΗΝΑΣ