ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. γ

Α3. δ

Α4. α

Α5. **α)** Λάθος, **β)** Σωστό, **γ)** Λάθος, **δ)** Λάθος, **ε)** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. Αρχικά, για το σώμα μάζας m_1 ο 2^{ος} νόμος Newton γράφεται:

$$\Sigma F = m_1 \cdot \alpha \Rightarrow F = 3m \cdot \alpha \qquad (1)$$

Τελικά, για το συσσωμάτωμα (m_1+m_2) ο 2^{ος} νόμος Newton γράφεται:

$$\Sigma F' = (m_1 + m_2)\alpha' \Rightarrow 2F = (3m + m)\cdot \alpha' \Rightarrow 2F = 4\alpha m' \Rightarrow F = 2m\alpha' \quad (2)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2) έχουμε: $3m\alpha = 2m\alpha' \Rightarrow \alpha' = \dfrac{3\alpha}{2}$

Άρα, η σωστή πρόταση είναι η (γ).

Β2. Επειδή η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι η δύναμη του βάρους (συντηρητική δύναμη), τότε η ολική μηχανική ενέργεια (Ε) του σώματος διατηρείται σταθερή. Στην ανώτερη θέση ύψους h, στην οποία φτάνει, η ταχύτητά του μηδενίζεται (άρα μηδενίζεται και η κινητική του ενέργεια Κ) και η μηχανική ενέργειά του είναι:

$$E = K + U \Rightarrow E = 0 + U \Rightarrow E = B \cdot h \Rightarrow E = mgh \qquad (1)$$

Στη θέση ύψους $h_1 = \dfrac{3h}{4}$ η βαρυτική δυναμική του ενέργεια είναι:

$$U_1 = B\frac{3h}{4} \Rightarrow U_1 = mg\frac{3h}{4} \qquad (2)$$

Ακόμα, ισχύει : $E = K + U \Rightarrow K = E - U \qquad (3)$

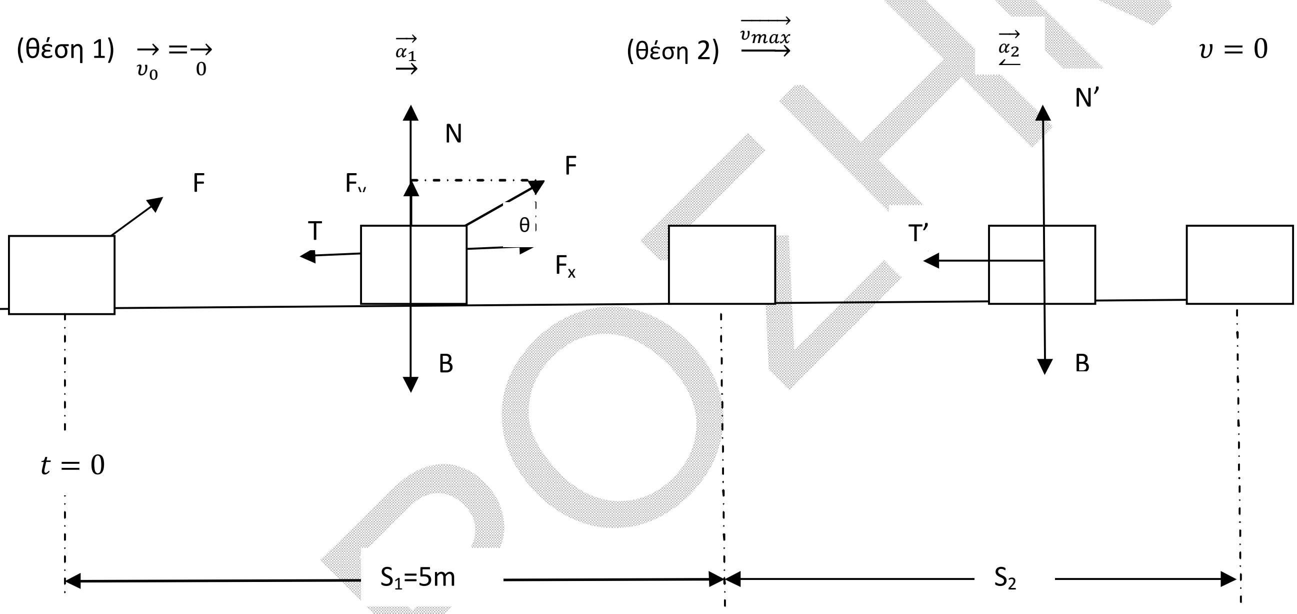
Άρα, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (1), (2) και (3) ο ζητούμενος λόγος είναι:

$$\frac{K}{E} = \frac{E - U_1}{E} = \frac{mgh - mg\frac{3h}{4}}{mgh} = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{K}{E} = \frac{1}{4}$$

Συνεπώς, η σωστή πρόταση είναι η (β).

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1.



Για τη μετατόπιση του σώματος κατά την απόσταση S_1 ισχύει:

<u>Άξονας yy':</u>

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F_y = B \Rightarrow N = B - F_y \Rightarrow N = mg - F\eta\mu\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 2 \cdot 10 - 10\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow N = 10N$$

Άρα: T=μN $\Rightarrow T = 0,2 \cdot 10 \Rightarrow T = 2N$

Άξονας xx':

$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha_1 \Rightarrow F_x - T = m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{F_x - T}{m} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{F_{\sigma\upsilon\nu\theta} - T}{m} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{10\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - 2}{2} \Rightarrow \alpha_1 = 4m/s^2$$

Γ2.

Μετά την κατάργηση της δύναμης F (θέση 2) το σώμα εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση, αφού στον άξονα xx' του ασκείται μόνο η τριβή T' (η οποία, πλέον, έχει διαφορετική τιμή, αφού μεταβλήθηκε η κάθετη δύναμη N' που δέχεται το σώμα από το δάπεδο).

Η μέγιστη ταχύτητα επιτυγχάνεται στη θέση 2, στην οποία η κίνηση μεταβάλλεται από επιταχυνόμενη σε επιβραδυνόμενη. Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Άρα ο χρόνος άφιξης (t_1) του σώματος στην θέση 2 είναι:

$$S_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2S_1}{\alpha_1}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 8}{4}} \Rightarrow t_1 = 2s$$

Άρα: $U_{max} = \alpha t_1 \Rightarrow U_{max} = 4 \cdot 2 \Rightarrow U_{max} = 8m/s$

Γ3.

Για την κίνηση του σώματος μετά την κατάργηση της F ισχύει:

Άξονας yy'

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' - B = 0 \Rightarrow N = B \Rightarrow N' = mg \Rightarrow N' = 2 \cdot 10 \Rightarrow N = 20N$$

Άρα $T' = \mu N' \Rightarrow T' = 0{,}2 \cdot 20 \Rightarrow T' = 4N$

Άξονας xx':

$$\Sigma F_x = m\alpha_2 \Rightarrow T' = m\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{T'}{m} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{4}{2} \Rightarrow \alpha_2 = 2m/s^2$$

Κατά τη μετατόπιση του σώματος κατά S_2 εκτελείται ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = \upsilon_{max} = 8m/s$.

Άρα το χρονικό διάστημα Δt κατά το οποίο κινείται το σώμα επιβραδυνόμενο, έως να σταματήσει, είναι:

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha_2 \Delta t \Rightarrow 0 = 8 - 2\Delta t \Rightarrow \Delta t = 4s$$

Άρα: $S_2 = \upsilon_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2}\alpha_2 \Delta t^2 \Rightarrow S_2 = 8 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 \Rightarrow S_2 = 16m$

Τελικά, η συνολική μετατόπιση του σώματος είναι:

$S_{ολ} = S_1 + S_2 \Rightarrow S_{ολ} = 8 + 16 \Rightarrow S_{ολ} = 24m$

Γ4.

Κατά τη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης:

$$υ = α_1 t \Rightarrow \frac{υ_{max}}{2} = α_1 \cdot t_α \Rightarrow t_α = \frac{υ_{max}}{2α_1} \Rightarrow t_α = \frac{8}{2 \cdot 4} \Rightarrow t_α = 1s$$

Κατά τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης:

$$υ = υ_0 - α_2 Δt \Rightarrow \frac{υ_{max}}{2} = υ_0 - αΔt \Rightarrow Δt = \frac{υ_0 - \frac{υ_{max}}{2}}{α_2} \Rightarrow Δt = \frac{8 - \frac{8}{2}}{8} \Rightarrow Δt = 0,5s$$

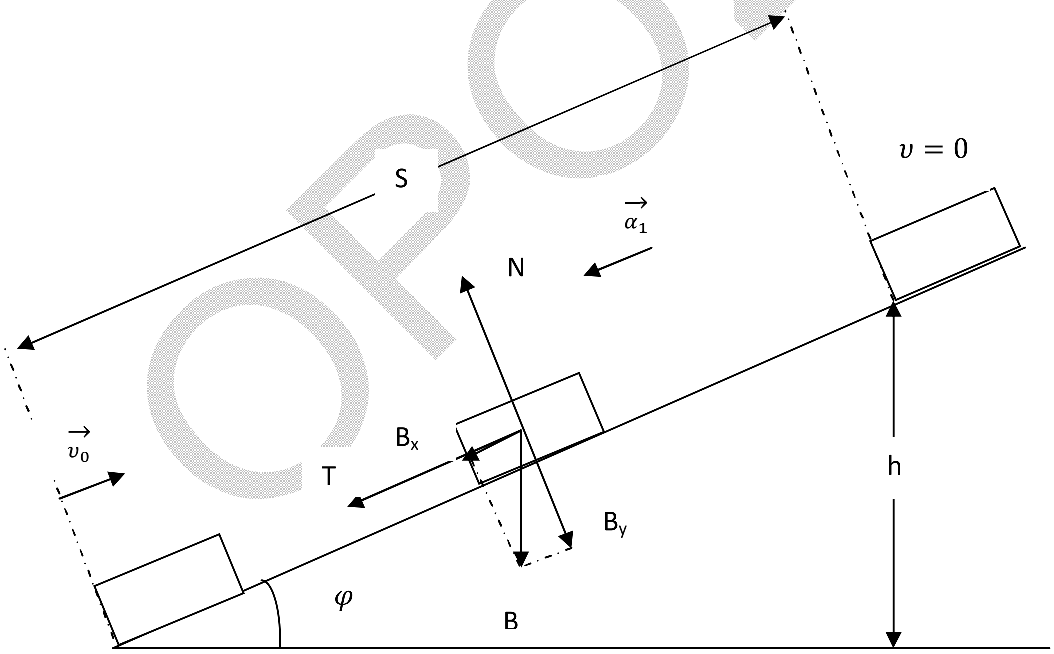
Άρα η χρονική στιγμή όπου επιβραδυνόμενο το σώμα αποκτά ταχύτητα υ= $υ_{max}/2$ είναι η στιγμή:

$$t_β = t_1 + Δt \Rightarrow t_β = 2 + 0,5 \Rightarrow t_β = 2,5s$$

Τελικά οι ζητούμενες χρονικές στιγμές είναι: $t_α = 1s$ και $t_β = 2,5s$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Άξονας yy':

$$ΣF_y = 0 \Rightarrow N - B_y = 0 \Rightarrow N = B_y \Rightarrow N = mgσυνφ \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για την άνοδο του σώματος έως να σταματήσει:

$$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_N + W_{B_y} + W_{B_x} + W_T \quad (2)$$

Όμως W_N=0 και W_{By}=0, γιατί οι δυνάμεις N και B_y είναι κάθετες στη μετατόπιση του σώματος. Άρα η εξίσωση (2) γίνεται:

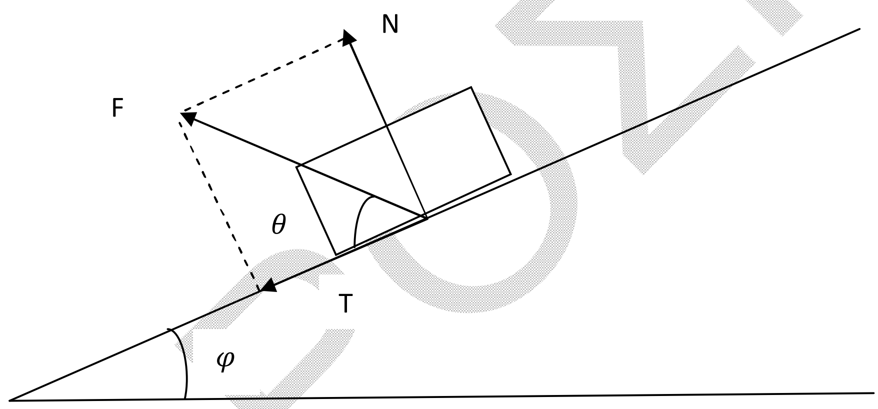
$$0 - \frac{1}{2}m\upsilon^2 = -B_x S - TS \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = mg\eta\mu\varphi S + \mu NS \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = mg\eta\mu\varphi S + \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{\upsilon_0^2}{2g(\eta\mu\varphi + \mu\sigma\upsilon\nu\varphi)} \Rightarrow S = \frac{32^2}{2\cdot 10\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{5\cdot 2}\right)} \Rightarrow S = 64m$$

Άρα το μέγιστο ύψος που φτάνει το σώμα είναι:

$$\eta\mu\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow h = S\eta\mu\varphi \Rightarrow h = 64\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow h = 32m$$

Δ2.



Η δύναμη (F) που δέχεται το σώμα από το δάπεδο είναι η συνισταμένη δύναμη της τριβής (T) και της κάθετης αντίδρασης (N) και έχει μέτρο:

$$F = \sqrt{T^2 + N^2} \qquad (3)$$

Από την εξίσωση (1) έχουμε: $N = \sqrt{3}\cdot 10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow N = 15N$

Επίσης: $T = \mu N \Rightarrow T = \frac{\sqrt{3}}{5}\cdot 15 \Rightarrow T = 3\sqrt{3}N$

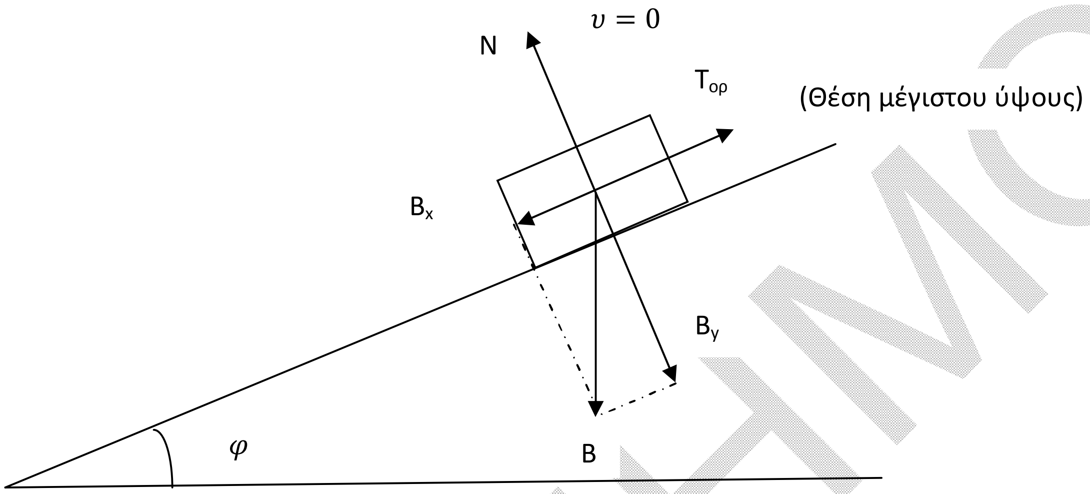
Άρα: $F = \sqrt{\left(3\sqrt{3}\right)^2 + 15^2} \Rightarrow F = 2\sqrt{63}N$ (μέτρο της F)

Ακόμα, η κατεύθυνση της F είναι: $\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{N}{T} = \dfrac{15}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

Συνεπώς $\theta = 60^o$

Λόγω του 3^ου^ νόμου Newton συμπεραίνουμε ότι η δύναμη που ασκεί το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο είναι ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης.

Δ3.



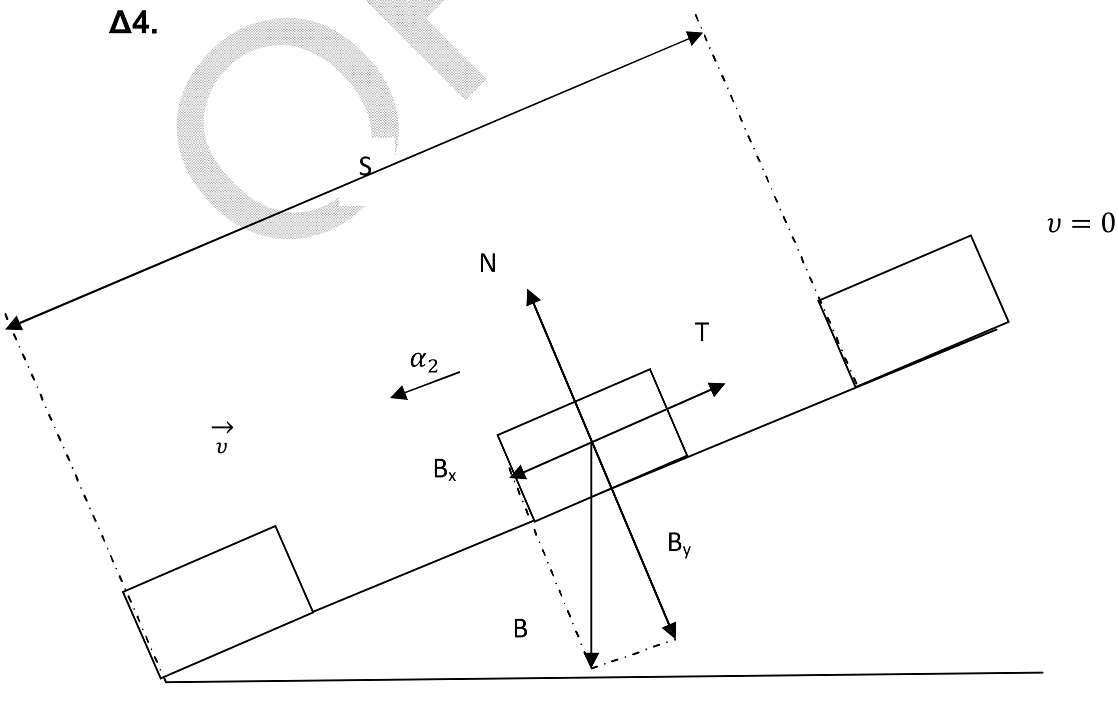
Για να κατέλθει το σώμα θα πρέπει στη θέση που σταματάει στιγμιαία να ισχύει: $B_x > T_{ορ}$.

Είναι: $B_x mg\eta\mu\varphi = \sqrt{3} \cdot 10 \cdot \dfrac{1}{2} \Rightarrow B_x = 5\sqrt{3}N$

$T_{ορ} = \mu_{ορ}N = \mu N = \dfrac{\sqrt{3}}{5}15 \Rightarrow T_{ορ} = 3\sqrt{3}N$

Παρατηρούμε ότι $B_x > T_{ορ}$. Άρα το σώμα θα κατέλθει.

Δ4.



<u>Άξονας xx’:</u>

$$\Sigma F_x = m\alpha_2 \Rightarrow B_x - T = m\alpha_2 \Rightarrow mg\eta\mu\varphi - mN = m\alpha_2 \Rightarrow mg\eta\mu\varphi - \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi = m\alpha_2 \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = g(\eta\mu\varphi - \mu\sigma\upsilon\nu\varphi) \Rightarrow \alpha_2 = 10\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{5}\frac{\sqrt{3}}{5}\right) \Rightarrow \alpha_2 = 2m/s^2$$

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Άρα:

$$S = \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{\alpha_2}} = \sqrt{\frac{2\cdot 64}{2}} \Rightarrow t = 8s$$ *(χρόνος καθόδου)*

Επίσης: $\upsilon = \alpha_2 t = 2\cdot 8 \Rightarrow \upsilon = 16m/s$ *(ταχύτητα στη βάση)*

Επιμέλεια: Αποστόλου Άρης

Φυσικός

ΟΡΟΣΗΜΟ ΑΘΗΝΑΣ