



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

1) b 2) b 3) d 4) a

5) a. Σ b. Σ c. Λ d. Σ e. Λ

ΘΕΜΑ 2ο

1) iii

Από την εκφώνηση δίνεται: $E_{A(B)} = k \frac{|Q_B|}{a^2} = E$

(διαβάζοντας: «η ένταση στο σημείο A λόγω του φορτίου στο σημείο B»)

Οι κατευθύνσεις των εντάσεων θα είναι αυτές που φαίνονται στο σχήμα δεδομένου ότι

$$Q_B > 0, \quad Q_\Gamma < 0$$

Για την ολική ένταση στο σημείο A θα ισχύει:

$$E_A^2 = E_{A(B)}^2 + E_{A(\Gamma)}^2 \Rightarrow (E\sqrt{2})^2 = E^2 + E_{A(\Gamma)}^2$$

$$\Rightarrow 2E^2 = E^2 + E_{A(\Gamma)}^2 \Rightarrow E_{A(\Gamma)}^2 = E^2 \Rightarrow E_{A(\Gamma)} = E$$

και ως εκ τούτου έχουμε: $|Q_\Gamma| = |Q_B|$ δηλαδή:

$$Q_\Gamma = -Q_B = Q$$

Από γεωμετρία επίσης ισχύει:

$$\Gamma B^2 = A\Gamma^2 + AB^2 \xrightarrow{A\Gamma = \Gamma B = a}$$

$$\Gamma B^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow \Gamma B = a\sqrt{2} \Rightarrow$$

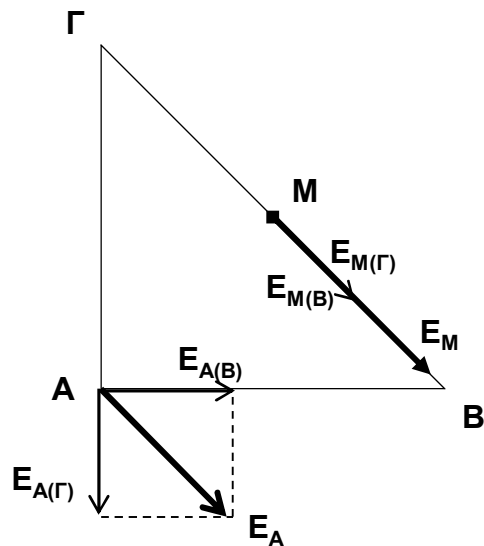
$$\Gamma M = a\sqrt{2} / 2$$

Για τις επιμέρους εντάσεις στο σημείο M (βλέπε σχήμα)

$$E_{M(\Gamma)} = k \frac{Q}{\Gamma M^2} = \frac{kQ}{a^2 / 2} = \frac{2kQ}{a^2} = 2E = E_{M(B)}$$

Εφόσον οι εντάσεις είναι ομόρροπες:

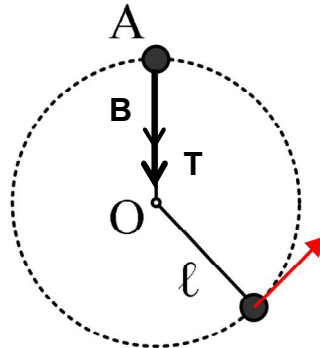
$$E_M = E_{M(\Gamma)} + E_{M(B)} = 4E$$



2) ii

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στο σημείο A και χρησιμοποιώντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F = F_K \Rightarrow T + B = F_K \Rightarrow T = F_K - B \Rightarrow T < F_K$$



3) i

Ένας πολύ χρήσιμος τύπος που συνδέει την κινητική ενέργεια ενός σώματος με την ορμή του είναι ο εξής:

$$K = \frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2m} m^2 u^2 \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m} \text{ ο οποίος και θα χρησιμοποιηθεί στη επίλυση της άσκησης.}$$

Εφόσον λοιπόν θέλουμε να συγκρίνουμε τις κινητικές ενέργειες των δύο σωμάτων, θα τις διαιρέσουμε:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{p_1^2 / 2m_1}{p_2^2 / 2m_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^2 \cdot \frac{m_2}{m_1} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow K_1 = 2K_2$$

ΘΕΜΑ 3ο

a) Κατά τη διάρκεια της κρούσης στο σύστημα ασκούνται μόνο εσωτερικές δυνάμεις και συνεπώς η ολική ορμή διατηρείται:

$$m_1 u_1 = (m_1 + m_2) u_K \Rightarrow u_K = \frac{m_1 u_1}{(m_1 + m_2)} \Rightarrow \boxed{u_K = 4 \text{ m/s}}$$

b) Θα υπολογίσουμε τη δύναμη που δέχεται το πρώτο σώμα (πρόκειται για δράση-αντίδραση επομένως είναι ίδια και για το δεύτερο)

$$\overline{F} = \frac{|\Delta p_1|}{\Delta t} = \frac{|p_1' - p_1|}{\Delta t} = \frac{|m_1 u_K - m_1 u_1|}{\Delta t} = \frac{|m_1 (u_K - u_1)|}{\Delta t} = \frac{|0,8 \cdot (-6)|}{0,2} \Rightarrow \boxed{\overline{F} = 24 \text{ N}}$$

c) Για το ποσοστό μεταβολής του συστήματος στον αριθμητή θα έχουμε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος:

$$\frac{\Delta K}{K_{\text{αρχ}}} = \frac{K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}}}{K_{\text{αρχ}}} = \frac{K_{\text{τελ}}}{K_{\text{αρχ}}} - 1 = \frac{\frac{1}{2} m_{\text{ολ}} u_K^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} - 1 = \frac{2}{0,8} \cdot 0,16 - 1 = -0,6$$

$$\text{Άρα: } \frac{\Delta K}{K_{\text{αρχ}}} \cdot 100\% = -60\%$$

Αντίστοιχα, για το ποσοστό μεταβολής του πρώτου σώματος, στον αριθμητή θα έχουμε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας μόνο του σώματος αυτού:

$$\frac{\Delta K_1}{K_{\text{αρχ}}} = \frac{K_1' - K_1}{K_1} = \frac{K_1'}{K_1} - 1 = \frac{u_K^2}{u_1^2} - 1 = 0,16 - 1 = -0,84$$

$$\text{Άρα: } \frac{\Delta K_1}{K_{\text{αρχ}}} \cdot 100\% = -84\%$$

- d) Το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει εύκολα προκύπτει από το ΘΜΚΕ. Ένας εναλλακτικός τρόπος αντιμετώπισης είναι με κινηματική. Ένα σώμα που επιβραδύνεται σε οριζόντιο επίπεδο μόνο υπό την παρουσία τριβής κινείται πάντα με επιβράδυνση:

$a = \mu g$ (Αποδεικνύεται από 2ο νόμο Νεύτωνα:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow T = ma \Rightarrow \mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g)$$

Επομένως από τον τύπο που μας δίνει το x_{stop} :

$$x_{\text{stop}} = \frac{u_K^2}{2a} = \frac{u_K^2}{2\mu g} = \frac{16}{2 \cdot 8} \Rightarrow x_{\text{stop}} = 1m$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη, δηλαδή:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = -T = -\mu m_{\text{ολ}} g = -8 \cdot 2 \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -16 \text{kgm} / \text{s}^2$$

(Το μείων προέκυψε θεωρώντας θετική την κατεύθυνση προς τα δεξιά και επειδή η τριβή είναι προς τα αριστερά θα είναι αρνητική)

ΘΕΜΑ 4ο

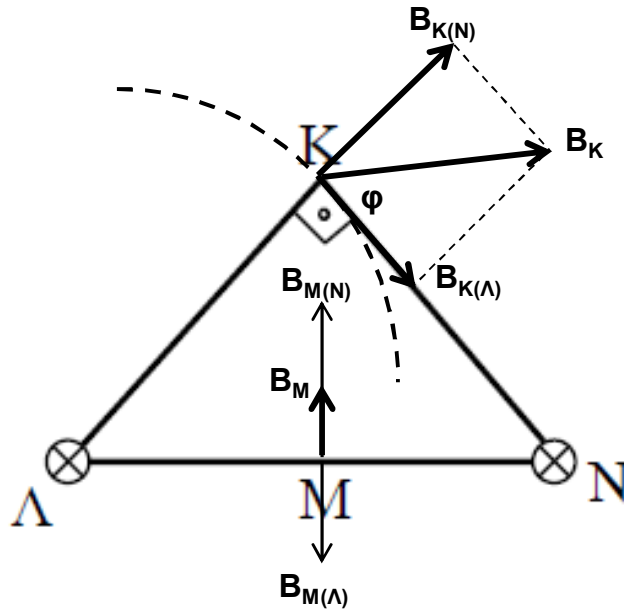
- a) Η δυναμική γραμμή θα είναι κυκλική, με κέντρο του κύκλου τον αγωγό Λ. Η φορά της θα είναι ωρολογιακή όπως προκύπτει από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Το διάνυσμα της έντασης $\vec{B}_{K(\Lambda)}$ (διαβάζεται: ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Κ λόγω του αγωγού στο Λ) θα είναι εφαπτόμενο της δυναμικής αυτής γραμμής και ως κάθετο στην ΚΛ, τελικά θα έχει τη διεύθυνση της ΚΝ. Το μέτρο της θα υπολογιστεί από τον τύπο:

$$B_{K(\Lambda)} = k_{\mu} \cdot \frac{2I_{\Lambda}}{(ΚΛ)} = 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 90}{0,3} = 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 900}{3} = 600 \cdot 10^{-7} \Rightarrow B_{K(\Lambda)} = 6 \cdot 10^{-5} \text{T}$$

b) Με το ίδιο ακριβώς σκεπτικό η $\vec{B}_{K(M)}$ θα είναι κάθετη στην KN, δηλαδή θα έχει τη διεύθυνση της προέκτασης της ΚΛ και μέτρο:

$$B_{K(N)} = k_{\mu} \cdot \frac{2I_N}{(KN)} = 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 160}{0,4} = 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 1600}{4} = 800 \cdot 10^{-7} \Rightarrow \boxed{B_{K(N)} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ T}}$$

Η ολική ένταση ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των δύο επιμέρους εντάσεων και επειδή αυτές είναι κάθετες θα υπολογιστεί από το πυθαγόρειο θεώρημα:



$$B_K = \sqrt{B_{K(\Lambda)}^2 + B_{K(N)}^2} = \sqrt{(6 \cdot 10^{-5})^2 + (8 \cdot 10^{-5})^2} = \sqrt{36 \cdot 10^{-10} + 64 \cdot 10^{-10}} = \sqrt{100 \cdot 10^{-10}} \Rightarrow$$

$$\boxed{B_K = 10^{-4} \text{ T}}$$

Για τη διεύθυνσή της ισχύει: $\epsilon\phi\phi = \frac{B_{K(N)}}{B_{K(\Lambda)}} = \frac{4}{3}$

c) Οι επιμέρους εντάσεις του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Μ θα είναι κάθετες στο (ΛΝ) και αντίρροπες (όπως προκύπτει από τον κανόνα του δεξιού χεριού) όπως φαίνεται στο σχήμα.

Την πλευρά (ΛΝ) θα την υπολογίσουμε από το πυθαγόρειο θεώρημα και θα βρεθεί 0,5m. Επομένως:

$$B_M = B_{M(N)} - B_{M(\Lambda)} = k_{\mu} \cdot \frac{2I_N}{(MN)} - k_{\mu} \cdot \frac{2I_{\Lambda}}{(ΚΛ)} = k_{\mu} \cdot \frac{2}{(MN)} \cdot (I_N - I_{\Lambda}) = 10^{-7} \cdot \frac{2}{0,25} \cdot 70 =$$

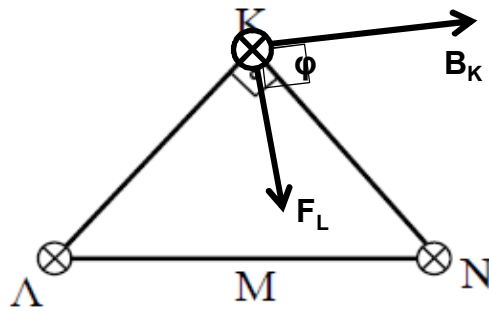
$$= 10^{-7} \cdot 8 \cdot 70 \Rightarrow \boxed{B_M = 5,6 \cdot 10^{-5} \text{ T}}$$

και κατεύθυνση προς τα πάνω εφόσον η $B_{K(N)} > B_{K(\Lambda)}$

d) Εφόσον ο αγωγός είναι κάθετος στην ένταση B στο σημείο Κ το μέτρο της δύναμης θα δίνεται από τη σχέση:

$$F_L = B_K I \ell = 10^{-4} \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{F_L = 10^{-3} \text{ N}}$$

Η κατεύθυνσή της θα δίνεται από το κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού και θα είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα



Επιμέλεια: Βελεντζάς Λάμπρος
Τομέας Φυσικής
Ορόσημο Αθήνας
Ορόσημο Χαλανδρίου