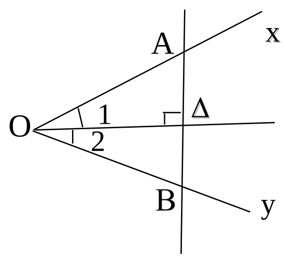
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

<u>Θέμα 1ο</u>

Α) i) Λ ii) Λ iii) Σ iv) Λ v) Σ

Β) Από το σχολικό βιβλίο σελ.46

<u>Θέμα 2ο</u>



i) Συγκρίνω τα ορθογώνια $\overset{\triangle}{OA\Delta}$ και $\overset{\triangle}{O\Delta B}$ και έχουν:

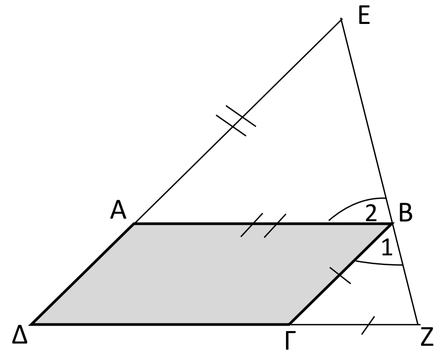
1) ΟΔ κοινή πλευρά.

2) $\hat{O}_1=\hat{O}_2$ (ΟΔ διχοτόμος)

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα,οπότε ΟΑ=ΟΒ$\Rightarrow$ΟΑΒ ισοσκελές.

ii) Αφού δείξαμε ότι $\overset{\triangle}{OAB}$ ισοσκελές και ΟΔ διχοτόμος της $\hat{O}$ που καταλήγει στην βάση, θα είναι και διάμεσος από πόρισμα που ισχύει για τα ισοσκελή τρίγωνα.

Θέμα 3ο:



Για να είναι τα σημεία Ε,Β,Ζ συνευθειακά,αρκεί να δείξουμε ότι η γωνία Ε$\hat{B}$Ζ είναι ευθεία,δηλαδη:

Ε$\hat{B}$Ζ=180ο Με τη βοήθεια του σχήματος έχουμε: Ε$\hat{B}$Ζ=$\hat{B}_1+\hat{B}+\hat{B}_2$ (1)

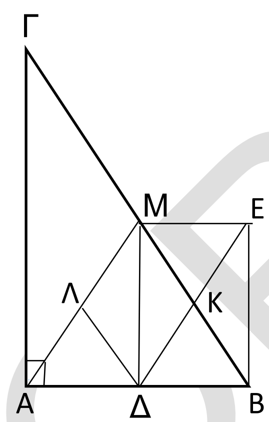
Από υπόθεση είναι ΑΒ=ΑΕ οπότε από το ισοσκελές τρίγωνο $\overset{\triangle}{ABE}$ παίρνουμε ότι $\hat{B}_2=\hat{E}$. Αλλά στο τρίγωνο $\overset{\triangle}{AEB}$ η γωνία $\hat{A}$ είναι εξωτερική οπότε $\hat{A}=\hat{B}_2+\hat{E}=\hat{B}_2+\hat{B}_2=2\hat{B}_2$.

Επομένως $\hat{B}_2=\frac{\hat{A}}{2}$.Με όμοιο τρόπο βρίσκουμε ότι $\hat{B}_1=\frac{\hat{\Gamma}}{2}$.Έτσι από την ισότητα (1) παίρνουμε:

Ε$\hat{B}$Ζ=$\frac{\hat{A}}{2}+\hat{B}+\frac{\hat{\Gamma}}{2}=\frac{\hat{A}+2\hat{B}+\hat{\Gamma}}{2}=\frac{\hat{A}+\hat{B}+\hat{B}+\hat{\Gamma}}{2}$ και αφού $\hat{B}=\hat{\Delta}$ είναι Ε$\hat{B}$Ζ=$\frac{\hat{A}+\hat{B}+\hat{B}+\hat{\Gamma}}{2}=\frac{360^o}{2}$ =180ο

Έτσι η γωνία Ε$\hat{B}$Ζ είναι ευθεία,άρα τα σημεία Β,Ε,Ζ είναι συνευθειακά.

Θέμα 4ο



i) Στο $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ έχω ΑΜ διάμεσος, άρα ΑΜ=ΜΒ, επομένως το τρίγωνο $\overset{\triangle}{AMB}$ είναι ισοσκελές και αφού $\hat{B}=60^o$ το $\overset{\triangle}{AMB}$ είναι ισόπλευρο.

Διαφορετικά,θα μπορούσε να λυθεί ως εξής :

Στο $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ τρίγωνο έχω ΑΜ διάμεσος, άρα ΑΜ=ΜΒ (1).

Αλλά, στο $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ ορθογώνιο τρίγωνο έχω $\hat{\Gamma}=30^o$, άρα $AB=\frac{B\Gamma}{2}=MB$ (2).

Από τις (1),(2) προκύπτει ότι AM=MB=AB,άρα το AMB είναι ισόπλευρο τρίγωνο.

ii) Κ μέσο ΜΒ(από υπόθεση)⟹ΜΚ=ΚΒ (1)

Από υπόθεση επίσης ισχύει⟹ΔΚ=ΚΕ (2)

Άρα, από (1),(2) οι διαγώνιοι του ΒΔΜΕ διχοτομούνται,άρα ΒΔΜΕ είναι παραλληλόγραμμο.

Το τρίγωνο $\overset{\triangle}{AMB}$ δείξαμε ότι είναι ισόπλευρο και ΜΔ διάμεσος άρα και ύψος,οπότε $M\hat{\Delta}B = 90^o$. Επομένως, το ΒΔΜΕ είναι παραλληλόγραμμο και $M\hat{\Delta}B = 90^o$, άρα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

iii) Στο τρίγωνο $\overset{\triangle}{ABM}$ έχουμε :

Κ μέσο ΜΒ (1)

Δ μέσο ΑΒ (2)

Άρα,από (1),(2) προκύπτει ότι $\Delta K \parallel= \frac{AM}{2}$.

Επομένως,αφού $\Delta K \parallel AM \Longrightarrow A\Delta KM$ τραπέζιο (3)

Γνωρίζουμε από πριν ότι : ΜΒ=ΑΒ(ΑΜΒ ισόπλευρο)$\Longrightarrow \frac{MB}{2} = \frac{AB}{2} \Longrightarrow MK = A\Delta$ (4)

Από (3),(4) έχουμε ότι ΑΔΚΜ ισοσκελές τραπέζιο.

iv) Δείξαμε ότι $\Delta K \parallel= \frac{AM}{2}$ στο ερώτημα iii)

Άρα, $\Delta K \parallel= \Lambda M$(αφού Λ μέσο ΑΜ ισχύει : $(A\Lambda = \Lambda M = \frac{AM}{2})$

Οπότε, το ΔΚΜΛ είναι παραλληλόγραμμο.

Επίσης, έχουμε δείξει ότι ΑΜ=ΜΒ($\overset{\triangle}{AMB}$ ισόπλευρο)$\Longrightarrow \frac{AM}{2} = \frac{MB}{2} \Longrightarrow \Lambda M = MK$.

Αφού,ΔΚΜΛ είναι παραλληλόγραμμο και δύο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες (ΛΜ=ΜΚ), το ΔΚΜΛ είναι ρόμβος.

Επιμέλεια: ΠΑΛΙΟΥΡΑ ΒΑΣΙΛΙΚΗ

Τομέας Μαθηματικών

Ορόσημο Πειραιά