ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1$^{\text{ο}}$

Α. 1 – Λ 2 – Σ 3 – Λ 4 – Σ 5 – Λ

Β. Σχολικό Βιβλίο σελ. 97 - 98

Γ. Σχολικό Βιβλίο σελ. 101

ΘΕΜΑ 2$^{\text{ο}}$

Σχήμα 1

$$\left.\begin{array}{l}\text{M μέσο AB}\\ \text{MN // AB}\end{array}\right\} \Rightarrow \text{N μέσο ΑΓ και } MN=\frac{B\Gamma}{2}.\ \text{Άρα } x=y=4.$$

Σχήμα 2

$$\Theta \text{ βαρύκεντρο άρα } \left\{\begin{array}{l}\Gamma N \text{ διάμεσος}\\ B\Theta=2\Theta M\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}x=2\\ y=3\end{array}\right.$$

Σχήμα 3

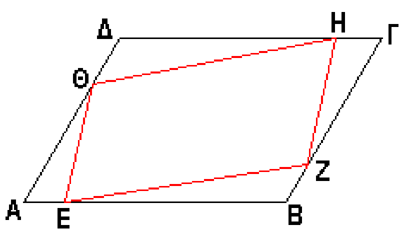
$$\left.\begin{array}{l}\text{M μέσο ΑΔ}\\ \text{MN // AB // ΓΔ}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\text{MN διάμεσος}\\ \text{K μέσο ΔΒ}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}K\Lambda=\dfrac{\Gamma\Delta-AB}{2}\\ MK=\dfrac{AB}{2}\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}x=2\\ y=2,5\end{array}$$

Σχήμα 4

$$\left.\begin{array}{c}\text{AM διάμεσος υποτείνουσας}\\ \Gamma=30^{\circ}\end{array}\right\} \Rightarrow AB=AM=\frac{B\Gamma}{2} \Rightarrow x=y=5$$

ΘΕΜΑ 3$^{\text{ο}}$

Το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο άρα έχει τις απέναντι πλευρές και γωνίες του ίσες.



Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\Theta\overset{\triangle}{H}\Delta$ και $B\overset{\triangle}{E}Z$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\Theta=\dfrac{A\Delta}{4}=\dfrac{B\Gamma}{4}=BZ\\ \Delta H=\dfrac{3\Gamma\Delta}{4}=\dfrac{3AB}{4}=BE\\ \Theta\Delta H=EBZ\end{array}\right\} \overset{\Pi-\Gamma-\Pi}{\Rightarrow} \Theta\overset{\triangle}{H}\Delta=B\overset{\triangle}{E}Z$$

$$\Rightarrow \Theta H=EZ \quad (1)$$

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\Theta\overset{\triangle}{E}A$ και $\Gamma\overset{\triangle}{H}Z$

$$\left.\begin{array}{r} AE=\dfrac{AB}{4}=\dfrac{\Delta\Gamma}{4}=\Gamma H \\ \Theta A=\dfrac{3A\Delta}{4}=\dfrac{3B\Gamma}{4}=\Gamma Z \\ \Theta AE=H\Gamma Z \end{array}\right\} \overset{\Pi-\Gamma-\Pi}{\Rightarrow} \Theta\hat{E}A=\Gamma\hat{H}Z \Rightarrow \Theta E=HZ \ \ (2)$$

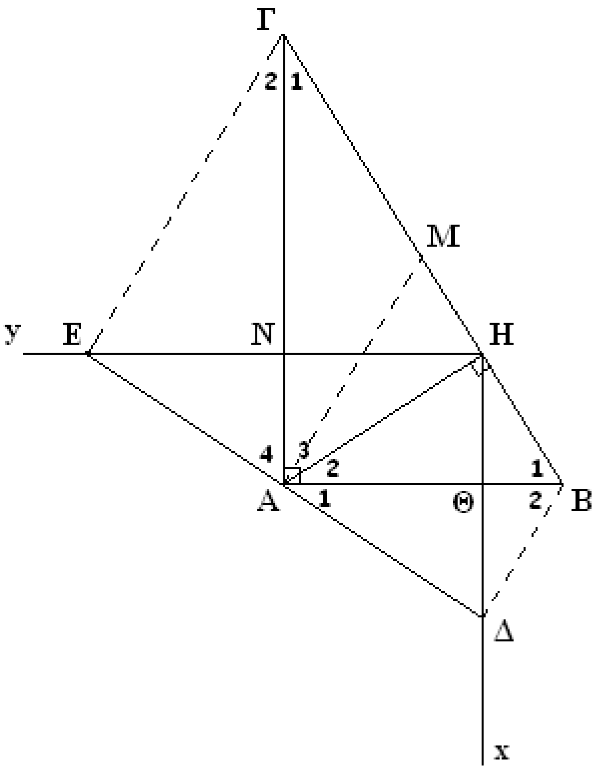
Από (1) και (2) προκύπτει ότι το ΘΗΖΕ είναι παραλληλόγραμμο

<u>ΘΕΜΑ 4</u>

Από υπόθεση έχουμε

$Hx // A\Gamma \Leftrightarrow Hx \perp AB$

$Hy // AB \Leftrightarrow Hy \perp A\Gamma$ άρα:



AB μεσοκάθετος του τμήματος ΗΔ

Άρα (1) $\begin{cases} AH=A\Delta \\ BH=B\Delta \end{cases}$ και η ΑΒ διχοτομεί τις

γωνίες $H A \Delta$ και $H B \Delta$

ΑΓ μεσοκάθετος του τμήματος ΗΕ

Άρα (2) $\begin{cases} AH=AE \\ \Gamma H=\Gamma E \end{cases}$ και η ΑΓ διχοτομεί τις

γωνίες $H\Gamma E$ και HAE.

Τότε

α) $E A \Delta = 2A_3 + 2A_2 = 2\left(A_3 + A_2\right) = 180^o$

άρα τα Ε, Α και Δ είναι συνευθειακά.

β) $E\Gamma B + \Gamma B\Delta = 2\Gamma_1 + 2B_1 = 2\left(\Gamma_1 + B_1\right) = 180^o$ και επειδή $E\Gamma B$, $\Gamma B\Delta$ είναι γωνίες εντός και επί τα αυτά μέρη των ΕΓ, ΒΔ με τέμνουσα ΒΓ, έχουμε ΕΓ//ΒΔ άρα το ΒΔΕΓ είναι τραπέζιο.

γ) Αρκεί να δείξω ότι Α είναι μέσο του ΕΔ. Από τις (1) και (2) προκύπτει άμεσα ότι ΑΔ = ΑΗ = ΑΕ άρα η διάμεσος ΑΜ του ορθογωνίου τριγώνου είναι και διάμεσος του τραπεζίου.

δ) Έχουμε

$$\left.\begin{array}{l} AM \text{ διάμεσος υποτείνουσας άρα } AM=\dfrac{B\Gamma}{2} \\ AM \text{ διάμεσος τραπεζίου άρα } AM=\dfrac{\Delta B+E\Gamma}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{B\Gamma}{2}=\frac{\Delta B+E\Gamma}{2} \Rightarrow B\Gamma=\Delta B+E\Gamma$$

Επιμέλεια: Νασιόπουλος Στέργιος
Μαθηματικός
ΟΡΟΣΗΜΟ ΑΘΗΝΑΣ