



## 2<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

### ΘΕΤΙΚΗΣ – ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

- A.1.** Έστω δύο διανύσματα  $\vec{\alpha} = (\chi_1, \psi_1), \vec{\beta} = (\chi_2, \psi_2)$  με  $\chi_1 \cdot \chi_2 \neq 0$ . Να αποδείξετε ότι  $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$  όπου  $\lambda_1, \lambda_2$  οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων. (Μονάδες 9)
- A.2.** Δώστε τον ορισμό της υπερβολής (Μονάδες 8)
- A.3.** Να γράψετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ( Σ ) και ποιες λάθος ( Λ )
- ( α. ) Όλες οι ευθείες που διέρχονται από το σημείο A (  $x_0, y_0$  ) είναι της μορφής  $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$ .
- ( β. ) Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A \neq 0$  παριστάνει ευθεία.
- ( γ. ) Ένα διάνυσμα παράλληλο στην ευθεία  $\varepsilon : \chi = -1$  είναι το  $\vec{\delta} = (0, -1)$ .
- ( δ. ) υπάρχει έλλειψη και υπερβολή που έχουν την ίδια εκκεντρότητα. (Μονάδες 8)

#### ΘΕΜΑ Β

- B.1.** Δίνονται τα διανύσματα :  $\vec{OA} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$  ,  $\vec{OB} = 2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$  και  $\vec{OG} = 5\vec{\alpha} - 15\vec{\beta}$   
Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B και Γ είναι συνευθειακά. Ποια είναι η σχετική τους θέση; (Μονάδες 8)
- B.2.** Αν  $|\vec{\alpha}| = 4$  ,  $|\vec{\beta}| = 1$  και  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$  ,
- ( α. ) Να βρείτε : το μέτρο του διανύσματος  $|\vec{AB}|$  (Μονάδες 8)

(β.) αν  $\vec{u} = \vec{\alpha} + 4\vec{\beta}$  να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το  $\vec{u}$  με το  $\overline{AB}$

(Μονάδες 9)

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - y^2 - 4\lambda y - 2\lambda x - 3\lambda^2 = 0$

Γ.1. Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει δυο ευθείες κάθετες.

(Μονάδες 6)

Γ.2. Να αποδείξετε ότι το σημείο τομής M των παραπάνω ευθειών βρίσκεται πάνω σε μια ευθεία η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

(Μονάδες 6)

Γ.3. α. Αν  $\lambda = 1$  και A το σημείο τομής της  $(\epsilon_1) : x - y - 3 = 0$  με τον  $y'y$  και B το σημείο τομής της  $(\epsilon_2) : x + y + 1 = 0$  με τον  $x'x$  να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABM

(Μονάδες 6)

β. Ποια από τις παραπάνω ευθείες  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$  απέχει μεγαλύτερη απόσταση από το σημείο K, το οποίο είναι το σημείο από το οποίο διέρχονται όλες οι ευθείες με εξίσωση  $(\alpha^2 + \alpha + 2)x + (\alpha - 3)y - (3\alpha^2 + 5\alpha) = 0$

(Μονάδες 7)

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται τα σημεία A ( 1 , 4 ) , B ( 6 , -1 ) και Γ ( 4 , 3 )

Δ.1. Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου που διέρχεται από τα παραπάνω σημεία.

(Μονάδες 9)

Δ.2. Να βρείτε την εφαπτόμενη του παραπάνω κύκλου στο σημείο Γ.

(Μονάδες 8)

Δ.3. Να βρείτε την εφαπτομένη της παραβολής που διέρχεται από το σημείο A ( 1 , 4 ) , έχει άξονα συμμετρίας τον  $x'x$  και είναι παράλληλη στην ευθεία  $(\epsilon) : 2x - y + 2013 = 0$ .

(Μονάδες 8)

Επιμέλεια: Θεοδωρίδης Θεοχάρης  
Τμήμα Μαθηματικών  
Ορόσημο ΑΘΗΝΑΣ