1ο ΘΕΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α.1 Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δυο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta}$

Μονάδες 5

Α.2 Να αποδείξετε ότι $|\vec{\alpha}|^2 = \vec{\alpha}^2$.

Μονάδες 5

Α.3 Να δώσετε τον ορισμό της έλλειψης.

Μονάδες 5

Α.4 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**

α) Η εξίσωση Αχ+Βψ+Γ= 0 εκφράζει ευθεία πάντοτε. ( )

β) Αν $A(\chi_1,\psi_1)$,$B(\chi_1,\psi_2)$ τότε η ευθεία που περνά από τα ΑΒ έχει συντελεστή διεύθυνσης 0. ( )

γ) Η ευθεία με εξίσωση Βχ+Αψ+Γ=0 είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (-A,B)$**.** ( )

δ) Η εξίσωση $(\chi-\chi_0)^2+(\psi-\psi_0)^2=(\kappa-1)^2$ εκφράζει κύκλο για κάθε $\kappa \in R$. ( )

ε) Όσο μεγαλύτερη είναι η εκκεντρότητα μιας έλλειψης τόσο περισσότερο τείνει να μοιάσει σε κύκλο. ( )

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Αν για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει ότι $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$ και $(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}) = \dfrac{\pi}{3}$.

Β.1. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\vec{\beta}$.

Μονάδες 10

Β.2. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{u} = \vec{\alpha}+\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{\alpha}+2\vec{\beta}$.

Μονάδες 7

Β.3. Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 - \psi^2 - 4\lambda\psi - 2\lambda\chi - 3\lambda^2 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ.1 Δείξτε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει δύο ευθείες (ε_1) και (ε_2) κάθετες μεταξύ τους για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 11

Γ.2 Αν Α το σημείο τομής των (ε_1) και (ε_2) και Β και Γ σημεία των (ε_1) και (ε_2) αντίστοιχα με τετμημένη λ+1 ,να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ έχει σταθερό εμβαδόν, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 9

Γ.3 Για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ να δείξετε ότι το Α κινείται σε σταθερή ευθεία.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 + \psi^2 + 4\lambda\chi - 2\lambda\psi = \lambda + 1$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ.1. Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$, του οποίου να βρείτε το κέντρο Κ και την ακτίνα ρ.

Μονάδες 9

Δ.2. Να δείξετε ότι το Κ κινείται σε σταθερή ευθεία $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

Δ.3. Αν λ= -1 να βρείτε τις εφαπτόμενες της παραβολής C: $\psi^2 = -4\chi$ που άγονται από το Κ.

Μονάδες 11

Επιμέλεια: Θεοδωρίδης Θεοχάρης
Μαθηματικός
ΟΡΟΣΗΜΟ ΑΘΗΝΑ