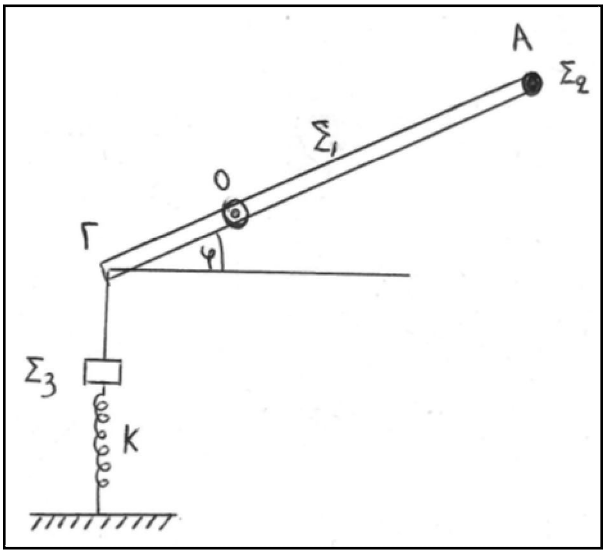
Φυσική κατεύθυνσης

Στη διάταξη του διπλανού σχήματος η ράβδος $Σ_1$ είναι ομογενής, έχει μάζα m_1=0,3kg, μήκος (ΑΓ) = ℓ = 0,8m και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το σημείο Ο της ράβδου και απέχει από το άκρο Γ απόσταση (ΟΓ) = ℓ/4. Στο άκρο Α της ράβδου είναι στερεωμένη μικρή σφαίρα $Σ_2$ μάζας m_2=0,1kg, αμελητέων διαστάσεων. Στο άκρο Γ της ράβδου είναι δεμένο λεπτό, κατακόρυφο, αμελητέας μάζας και μη εκτατό νήμα. Η ράβδος σχηματίζει γωνία φ=30^o με το οριζόντιο επίπεδο. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο στο σώμα $Σ_3$, μάζας m_3=1kg. Το σώμα $Σ_3$ είναι στερεωμένο στο άνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράςk=100N/m ενώ το άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο έδαφος. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα και το σώμα $Σ_3$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ενώ η ράβδος περιστρέφεται.



α) Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος και την παραμόρφωση του ελατηρίου, πριν κόψουμε το νήμα.

β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα $Σ_3$, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του θεωρώντας θετική φορά την προς τα επάνω.

γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος $Σ_3$ κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

δ) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του ελατηρίου από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που το σώμα $Σ_3$ περνά για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του

ε) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου τη στιγμή που αυτή γίνεται κατακόρυφη.

Δίνονται:

$$I_{cm(\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon)} = \frac{1}{12} m_1 \ell^2, \quad g = 10 m/s^2, \quad \eta\mu 30^o = \sigma\upsilon\nu 60^o = 1/2, \quad \eta\mu 60^o = \sigma\upsilon\nu 30^o = \sqrt{3}/2,$$

$$\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{\eta\mu 2\alpha}{2}$$

<u>Απάντηση</u>

Γράφουμε **ΔΕΔΟΜΕΝΑ**

+

Κάνουμε **ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ** μονάδων αν χρειάζεται

+

Γράφουμε **ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ**

Ξανασχεδιάζουμε το σχήμα που μας δίνεται

Για την **ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ** σχεδιάζουμε **Θ.Φ.Μ.** ελατηρίου + **Θ.Ι.**m_3

+

Τοποθετούμε **ΔΥΝΑΜΕΙΣ** στο αρχικό σχήμα και στη Θ.Ι. του m_3

Για τη **ΡΑΒΔΟ** την κατακόρυφη τελική της θέση

+

Τοποθετούμε **ΔΥΝΑΜΕΙΣ** στο αρχικό σχήμα για τη ράβδο και στην τελική κατακόρυφη θέση της ράβδου

<u>(Α) Ερώτημα</u>

Ισορροπία ράβδου

Συνθήκη ισορροπίας ράβδου κατά την περιστροφή

$\Sigma \vec{\tau}_{(o)} = 0$

Υπολογίζω την τάση του νήματος (Τ)

+

ΝΗΜΑ ΑΒΑΡΕΣ και **ΜΗ ΕΚΤΑΤΟ**

$|T| = |T'|$

Προβλέπουμε την κατεύθυνση της $F_{\varepsilon\lambda}$ στην αρχική θέση, από τη συσχέτιση Τ' και w_3

Επιβεβαιώνουμε τη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου

+

Υπολογίζουμε την παραμόρφωση του ελατηρίου

+

Όταν μας ζητούν παραμόρφωση ελατηρίου, οι αποστάσεις υπολογίζονται πάντοτε από τη ΘΦΜ

(Β) Ερώτημα

Συνθήκη ισορροπίας στη Θ.Ι. του $Σ_3$

Παραμόρφωση (x_1) από τη Θ.Φ.Μ.

+

Πλάτος ταλάντωσης = Απόσταση Θ.Ι. από Α.Θ. της ταλάντωσης

Για να βρούμε την αρχική φάση ($φ_o$): Αντικαθιστούμε: για t=0 την θέση x στην x=f(t) της ΑΑΤ και προσέχουμε τη θετική φορά κίνησης

(Γ) Ερώτημα

Έχουμε στο μυαλό μας τον ρυθμό μεταβολής μεγεθών:

$$ΔK/Δt=ΣF \cdot u$$

(Δ) Ερώτημα

$W_{Fελ}=U_{ελατ.αρχική} - U_{ελατ.τελική}$ → Αφού έχουμε ελατήριο οι απομακρύνσεις πάντοτε από τη Θ.Φ.Μ.

(Ε) Ερώτημα

Πριν μελετήσουμε τη ράβδο ή οποιοδήποτε στερεό εξετάζουμε αν χρειάζεται να εφαρμόσουμε Θ. Steiner

+

Προσέχουμε να βρούμε τη συνολική ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής

Αν μας ζητούν **ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ** ή **ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ** και δεν μας δίνουν χρόνο εργαζόμαστε ενεργειακά:

*ΑΔΜΕ (αν ισχύει) ή ΜΕΕ

Αν μας ζητούν **ΧΡΟΝΟΥΣ** ή **ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΕΙΣ** εργαζόμαστε με θεμελιώδεις νόμους

$ΣF=ma_{cm}$ $Στ=Iα_γ$

και εξισώσεις κινηματικής

*Αν χρησιμοποιήσουμε ΑΔΜΕ πρέπει να αναφέρουμε

1) ότι οι δυνάμεις που παράγουν έργο είναι διατηρητικές

2) να ορίσουμε επίπεδο αναφοράς (επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας)

<u>ΛΥΣΗ</u>

ΔΕΔΟΜΕΝΑ

$m_1 = 0.3kg$

$\ell = (\mathrm{A\Gamma}) = 0,8m$

$(\mathrm{O\Gamma}) = \ell / 4 = 0,2m$

$m_2 = 0.1kg$

$\varphi = 30^o$

$m_3 = 1kg$

$k = 100N/m$

$\uparrow$ (+) θετική φορά ταλάντωσης

$\mathrm{I}_{cm(\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon)} = \frac{1}{12} m_1 \ell^2$

$g = 10m/s^2$

$\eta\mu 30^0 = \sigma\upsilon\nu 60^0 = 1/2$

$\eta\mu 60^0 = \sigma\upsilon\nu 30^0 = \sqrt{3}/2$

$\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{\eta\mu 2\alpha}{2}$

ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ

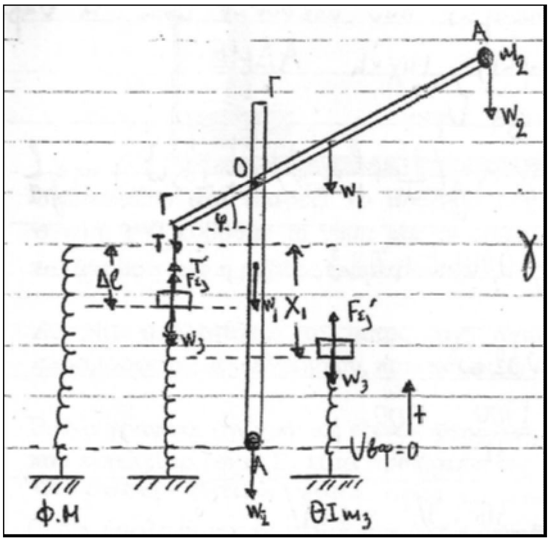
α) T=; $\Delta\ell$=;

β) x=f(t)=;

γ) $\left(\frac{\Delta \mathrm{K}}{\Delta t}\right)_{\max}$ =;

δ) $\mathrm{W}_{F_{\varepsilon\lambda}}$ =;

ε) ω=;



α)

$$\Sigma\vec{\tau}_{(o)} = 0 \Rightarrow -m_2 g\sigma\upsilon\nu\varphi \frac{3\ell}{4} - m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi \frac{\ell}{4} +$$

$$+\mathrm{T}\sigma\upsilon\nu\varphi \frac{\ell}{4} = 0 \Rightarrow \mathrm{T} = 6\mathrm{N}$$

για το Σ_3:

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow T' + F_{\varepsilon\lambda} = w_3 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w_3 - T' = 10 - 6 = 4\,\mathrm{N}$$

$$F_{\varepsilon\lambda} = k\Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = 0,04m$$

β) Θ.Ι. Σ_3: $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}' = w_3 \Rightarrow kx_1 = m_3 g \Rightarrow x_1 = 0,1m$

άρα το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A = x_1 - \Delta\ell = 0,06m$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_3}} = 10 rad/s$$

για t=0 → x=A ⇒ $A = A\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \varphi_o = \pi/2 rad$, οπότε: x=0,06ημ(10t+π/2) (S.I.)

γ)

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \Sigma F \cdot u = -kxu = -kA\eta\mu(\omega t+\varphi_o)\omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_o) = -k\omega A^2\eta\mu(\omega t+\varphi_o)\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_o) =$$
$$= -k\omega A^2 \eta\mu \frac{[2(\omega t+\varphi_o)]}{2}$$

άρα $\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\max} = \frac{k\omega A^2}{2} = 1,8W$

δ) $W_{F_{\varepsilon\lambda}} = U_{\varepsilon\lambda\alpha\tau,\alpha\rho\chi} - U_{\varepsilon\lambda\alpha\tau,\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k\left(\Delta\ell\right)^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 = -0.42J$

ε) $I_{o\lambda(o)} = \frac{1}{12}m_1\ell^2 + m_1\left(\frac{\ell}{4}\right)^2 + m_2\left(\frac{3\ell}{4}\right)^2 = 0.064kgm^2$

Αφού οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται είναι τα βάρη (συντηρητικές δυνάμεις) ισχύει η ΑΔΜΕ:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$m_2 g\left(\frac{3\ell}{4} + \frac{3\ell}{4}\eta\mu 30^o\right) + m_1 g\left(\frac{3\ell}{4} + \frac{\ell}{4}\eta\mu 30^o\right) = \frac{1}{2}I_{o\lambda}\omega^2 + m_1 g\frac{\ell}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 9\cdot\frac{0,8}{8} + 7\cdot\frac{0,8}{8}\cdot 3 = \frac{1}{2}\cdot 0,064\omega^2 + 0,4\cdot 3 \Rightarrow 0,9 + 2,1 - 1,2 = 0,032\omega^2 \Rightarrow$$
$$\omega^2 = \frac{1,8}{0,032} = \frac{1800}{32} = \frac{900}{16} \Rightarrow \omega = 7,5 rad/s$$