

6

**ΘΕΜΑ Β**

**B<sub>1</sub>.** Δύο πέτρες Α, και Β αφήνονται αντίστοιχα από τα ύψη  $h_A$ ,  $h_B$  πάνω από το έδαφος να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση.

**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν για τους χρόνους πτώσης μέχρι το έδαφος ισχύει η σχέση  $t_A = 2t_B$ , τότε τα ύψη  $h_A$  και  $h_B$  ικανοποιούν τη σχέση:

**α)**  $h_A = 2h_B$

**β)**  $h_A = 4h_B$

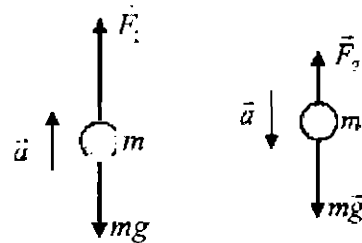
**γ)**  $h_A = 8h_B$

*Μονάδες 4*

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 8*

**B<sub>2</sub>.** Μία μεταλλική σφαίρα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση, το μέτρο της οποίας είναι ίσο με  $a$  και στις δύο περιπτώσεις, όπως φαίνεται στην εικόνα. Στην εικόνα παριστάνονται επίσης και οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα σε κάθε περίπτωση.



**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει η σχέση:

**α)**  $F_1 + F_2 = 2mg$

**β)**  $F_1 - F_2 = mg$

**γ)**  $F_1 + F_2 = mg$

*Μονάδες 4*

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 9*

6

**ΘΕΜΑ Δ**

Κιβώτιο μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  αρχικά ηρεμεί σε τραχύ οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$ , ασκείται στο κιβώτιο μεταβλητή οριζόντια δύναμη το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με τη θέση του κιβωτίου σύμφωνα με τη σχέση  $F = 10 + 2x \text{ (SI)}$ . Θεωρήστε ως  $x = 0 \text{ m}$  τη θέση που βρισκόταν το κιβώτιο τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  και ότι το κιβώτιο κινείται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $Ox$ . Η δύναμη  $F$  καταργείται όταν το μέτρο της γίνει ίσο με  $50 \text{ N}$ .

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δρόμου είναι  $0,4$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με  $g=10\text{m/s}^2$  και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) Το μέτρο της δύναμης της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο.

*Μονάδες 5*

Δ2) Την επιτάχυνση του κιβωτίου όταν βρίσκεται στη θέση  $x = 10 \text{ m}$ .

*Μονάδες 7*

Δ3) Το έργο της δύναμης  $F$  για τη μετατόπιση του κιβωτίου από την θέση  $x = 0 \text{ m}$  έως τη θέση στην οποία καταργείται η δύναμη  $F$ .

*Μονάδες 7*

Δ4) Το συνολικό διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο από τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  μέχρι να σταματήσει.

*Μονάδες 6*

6A

ΘΕΜΑ Β

Β1 Οι δύο πέτρες (Α), (Β) κάνουν ελεύθερη πτώση άρα ισχύει:

$$\text{Για το (Α)} \quad \left. \begin{array}{l} y_A = \frac{1}{2} g t^2 \\ v_A = g t \end{array} \right\} \xrightarrow{y_A = h_A} h_A = \frac{1}{2} g t_A^2 \quad (1)$$

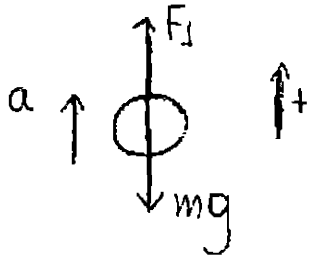
$$\text{Για το (Β)} \quad \left. \begin{array}{l} y_B = \frac{1}{2} g t^2 \\ v_B = g t \end{array} \right\} \xrightarrow{y_B = h_B} h_B = \frac{1}{2} g t_B^2 \quad (2)$$

$$\text{Απο (1), (2)} \quad \frac{h_A}{h_B} = \frac{\frac{1}{2} g t_A^2}{\frac{1}{2} g t_B^2} = \frac{(2 t_B)^2}{t_B^2} = \frac{4 t_B^2}{t_B^2} = \frac{4}{1}$$

$$\text{Απο } \boxed{h_A = 4 h_B}$$

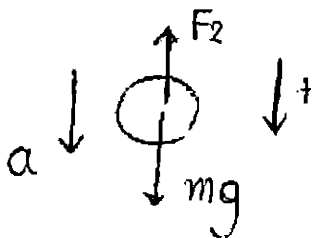
Δώστο το (β)

B2



Ισχύει 2<sup>ος</sup> Ν.Ν

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \Leftrightarrow F_1 - mg = ma \quad (1)$$



Ισχύει 2<sup>ος</sup> Ν.Ν

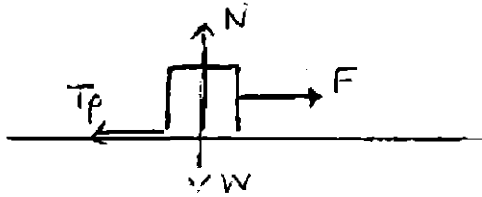
$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \Leftrightarrow mg - F_2 = ma \quad (2)$$

$$\text{Απο (1), (2)} \quad F_1 - mg = mg - F_2 \Leftrightarrow \boxed{F_1 + F_2 = 2mg}$$

Δώστο το (α)

## ΘΕΜΑ Δ

Δ1 σχεδιάζουμε τις δυνάμεις :



Ισχύει στον άξονα  $y$   $\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow N = mg = 20\text{N}$   
 Άρα  $T_p = \mu N = 0,4 \cdot 20 = 8\text{N}$

Δ2. Η επιτάχυνση του κιβωτίου ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΣΤΑΘΕΡΗ σε όλη τη διάρκεια της κίνησης αφού η  $F$  δεν είναι σταθερή άρα και η  $\sum F = F - T_p \neq$  σταθερή. Όμως κάθε στιγμή (στιγμιαία επιτάχυνση) θα ισχύει.

Άξονας  $xx'$ :  $20 \leq N \cdot N$   $\sum F = ma \Rightarrow F - T_p = ma$  ①

Για  $x = 10\text{m}$   $F = 10 + 2x = 10 + 2 \cdot 10 = 30\text{N}$

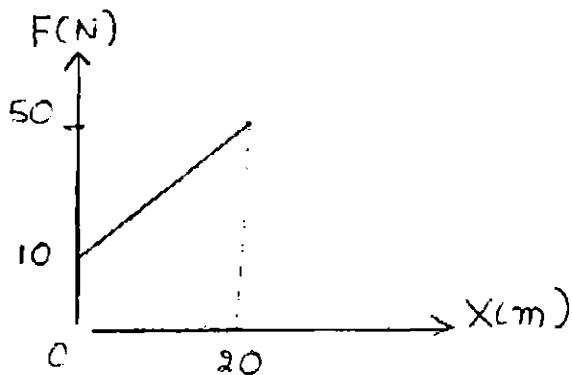
Άρα από την ①  $30 - 8 = 2a \Rightarrow a = 11\text{m/s}^2$

Δ3. Για να υπολογίσουμε το έργο μεταβιβάτης δύναμης θα πρέπει να βρούμε το εμβαδό της  $F = f(x)$ .

Επίτ  $F = 10 + 2x$

Για  $x = 0$   $F = 10\text{N}$

Για  $F = 50\text{N}$   $50 = 10 + 2x$   
 $x = 20\text{m}$

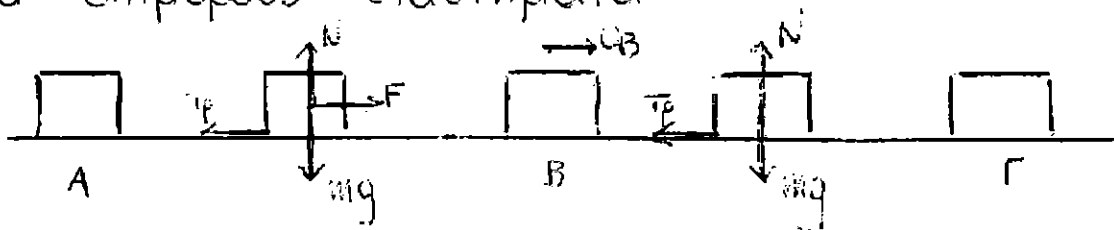


$$W_F = (E_{μβ}) = \frac{(10+50) \cdot 20}{2} = 600\text{J}$$

6B

Δ4. Όταν καταρχθεί η δύναμη  $F$  (μετά από 20m) το σώμα θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $u_B$  και ταχύτητα που έχει τη στιγμή της καταρξης της δύναμης  $F$ .

Σχεδιάζουμε ένα συνεχές σχήμα με τις δυνάμεις στα επίπεδους διαστήματα



όπου Β το σημείο καταρξης της δύναμης  $F$  με  $x_{AB} = 20\text{m}$

Εφαρμογή Ε.Μ.Κ.Ε από το (Α) μέχρι το (Β)

$$\begin{aligned} \sum W = \Delta K & \Leftrightarrow W_F + W_{mg} + W_{T\epsilon} = K_B - K_A \\ \Leftrightarrow W_F - T_\epsilon x_{AB} &= \frac{1}{2} m u_B^2 \Leftrightarrow 600 - \epsilon \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot 2 u_B^2 \\ \Leftrightarrow u_B &= \sqrt{440} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Εφαρμογή ΕΜΚΕ από το (Β) μέχρι το (Γ)  
(Η ταίση δεν ΑΛΛΑΖΕΙ)

$$\begin{aligned} \sum W = \Delta K & \Leftrightarrow W_{T\epsilon} + W_{mg} + W_N = K_\Gamma - K_B \\ - T_\epsilon \cdot x_{B\Gamma} &= -\frac{1}{2} m u_B^2 \Leftrightarrow -\epsilon \cdot x_{B\Gamma} = -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 440 \\ \Leftrightarrow x_{B\Gamma} &= 55\text{m} \end{aligned}$$

Άρα  $x_{\alpha\beta} = x_{AB} + x_{B\Gamma} = 20 + 55 = 75\text{m}$

7

**ΘΕΜΑ Β**

**Β<sub>1</sub>**. Μικρό σώμα μάζας  $m = 500 \text{ g}$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. με την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης  $F$  μέτρου  $10 \text{ N}$ .

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Αν διπλασιαστεί το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σώμα, τότε το σώμα θα αποκτήσει επιτάχυνση που θα έχει μέτρο:

- α)  $20 \text{ m/s}^2$                       β)  $2 \text{ m/s}^2$                       γ)  $0,2 \text{ m/s}^2$

*Μονάδες 4*

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 8*

**Β<sub>2</sub>**. Σε μικρό σώμα ασκείται δύναμη σταθερής κατεύθυνσης της οποίας η τιμή μεταβάλλεται με την μετατόπιση όπως φαίνεται στο διάγραμμα.

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

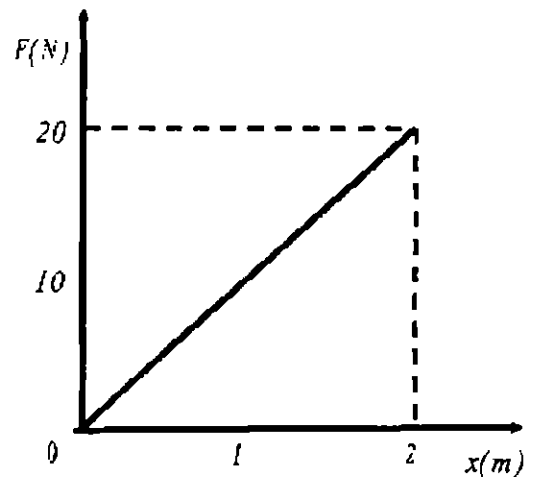
Το έργο της δύναμης  $F$  για τη μετατόπιση του σώματος από τη θέση  $x = 0 \text{ m}$  στη θέση  $x = 2 \text{ m}$  θα είναι:

- α)  $40 \text{ J}$                       β)  $20 \text{ J}$                       γ)  $80 \text{ J}$

*Μονάδες 4*

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 9*



7

### ΘΕΜΑ Δ

Ομάδα μαθητών πραγματοποιεί στο εργαστήριο του σχολείου μια σειρά από πειραματικές δραστηριότητες προκειμένου να μελετήσουν τη κίνηση με τριβή και την ισχύ ενός κινητήρα.

Για να πραγματοποιήσουν το πείραμα χρησιμοποιούν 1) ένα μεταλλικό κύβο, 2) ένα δυναμόμετρο, 3) ένα κινητήρα, 4) μετροταινία και χρονόμετρο, 5) ζυγό ισορροπίας και πραγματοποιούν τις παρακάτω τρεις δραστηριότητες.

(Δραστηριότητα Α) Αρχικά χρησιμοποιώντας το ζυγό προσδιορίζουν τη μάζα του κύβου,  $m = 2 \text{ kg}$ .

(Δραστηριότητα Β) Με τη βοήθεια ενός κινητήρα (μοτέρ), ο οποίος ασκεί μέσω ενός δυναμόμετρου οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  στον κύβο πετυχαίνουν ο κύβος να κινείται αργά με σταθερή ταχύτητα πάνω στο δάπεδο της τάξης. Κατά την κίνηση με σταθερή ταχύτητα η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι  $F = 4 \text{ N}$  και οι μαθητές διαπιστώνουν με τη βοήθεια της μετροταινίας και του χρονομέτρου ότι ο κύβος διανύει διάστημα ίσο με  $1 \text{ m}$  σε χρονική διάρκεια ίση με  $4 \text{ s}$ .

(Δραστηριότητα Γ) Ένας μαθητής εκτοξεύει από σημείο Α του δαπέδου τον κύβο με οριζόντια ταχύτητα ώστε αυτός να ολισθήσει ευθύγραμμα πάνω στο δάπεδο. Οι μαθητές μετρούν το διάστημα που διανύει ο κύβος από το σημείο Α μέχρι που σταματά και το βρίσκουν ίσο με  $9 \text{ m}$ . Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) την τριβή ολίσθησης, καθώς και το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κύβου και δαπέδου,

**Μονάδες 6**

Δ2) το ρυθμό με τον οποίο ο κινητήρας προσφέρει ενέργεια στον κύβο, κατά την κίνηση με σταθερή ταχύτητα (δραστηριότητα Β),

**Μονάδες 6**

Δ3) το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εκτοξεύει ο μαθητής τον κύβο κατά τη δραστηριότητα Γ,

**Μονάδες 7**

Δ4) το μέσο ρυθμό με τον οποίο η κινητική ενέργεια του κύβου μετατρέπεται σε θερμότητα κατά τη δραστηριότητα Γ.

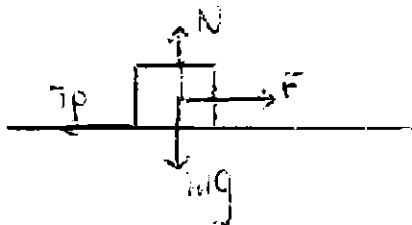
**Μονάδες 6**

7A

ΕΞΗΝΑ Β

B<sub>1</sub>. Η ταχύτητα είναι σταθερή αφού κατά 15 N στον άξονα της κίνησης  $\sum \vec{F}_x = 0$ . Επειδή επίσης έχω μια δύναμη F όχι υπάρχει και τριβή αντίθετης

Αρχικά

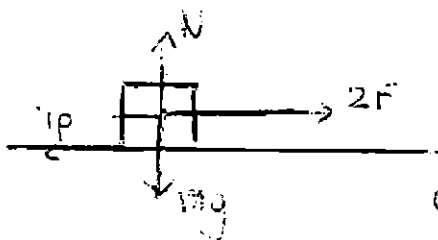


Άξονας xx'

$$\sum \vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow F - T_p = 0$$

$$\Leftrightarrow F = T_p = 10 \text{ N}$$

Τελικά



Η τριβή δεν αλλάζει

Άξονας xx'

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a} \Leftrightarrow 2F - T = ma$$

$$\Leftrightarrow 20 - 10 = 0,5 \cdot a \Leftrightarrow$$

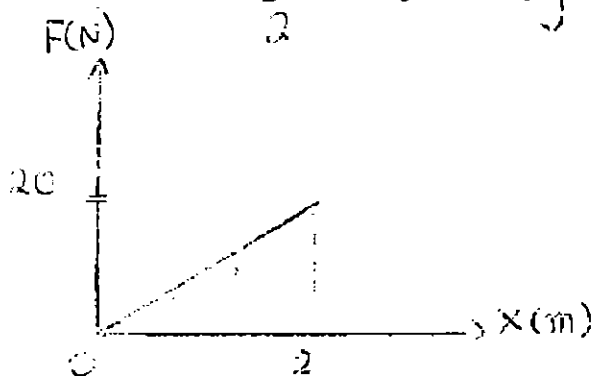
$$a = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Απάντηση το (α)

B<sub>2</sub> Το έργο είναι 100 με το εμβαδόν της  $F=f(x)$  αφού για  $\Delta x = 2 \text{ m}$

$$W_F = \frac{1}{2} 2 \cdot 20 = 20 \text{ J}$$

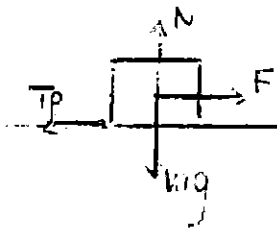
Απάντηση το (β)





## ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο κύβο ασκούνται οι παρακάτω δυνάμεις



Η ταχύτητα είναι σταθερή, αρα  
απὸ  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  στὸν ἀξονά  $xx'$   
 $\sum \vec{F}_x = \vec{0} \Leftrightarrow F - T_p = 0 \Leftrightarrow F = T_p = 4 \text{ N}$

Στὸν ἀξονά  $yy'$ :  $\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Leftrightarrow N - mg = 0 \Leftrightarrow N = mg \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow N = 20 \text{ N}$

Αρα  $T_p = \mu N \Leftrightarrow \mu = \frac{T_p}{N} = \frac{4}{20} = 0,2$

Δ2. Ο ράβδος με τον οποίο προσφέρει ενέργεια ο  
κινητήρας είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης  
του κινητήρα η οποία θα είναι συνεχώς σταθερή

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dW_F}{dt} = P_F = F \cdot v = 4 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Από συν. εξίσωση της κίνησης ισχύει  $x = v \cdot t \Leftrightarrow v = \frac{x}{t} = \frac{1 \text{ m}}{4 \text{ s}}$

Θα μπορούσαμε να βρούμε τη μέση ισχύ του κινητήρα η οποία θα ήταν ίση με τη στιγμιαία ισχύ η ταχύτητα είναι σταθερή. Αρα

$$\bar{P}_F = \frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4 \cdot 1}{4} = 1 \text{ W} \text{ ή } 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Δ3. Υποθέτουμε ότι το δαπέδο είναι το ίδιο με πριν και οριζόντιο αρα η τριβή θα είναι η ΙΔΙΑ

Ισχύει: Ε.Μ.ΚΕ

$$\sum W = \Delta K \Leftrightarrow W_{T_p} + W_{mg} + W_N = K_B - K_A \Leftrightarrow$$

$$- T_p \cdot x_{AB} = - \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow 4 \cdot 9 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v^2$$

$$v = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

7B

 $\Delta 4$ 

Γεγον:  $v = v_0 - at$  οπου  $a = \frac{dv}{dt} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m/s}^2$

$$0 = 6 - 2t$$

$$t_{\text{stop}} = 3 \text{ s}$$

Ο ρυθμός αλλαγής με τον οποίο η κινητική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα είναι ίσος με το πλάτος του αυτού ακόμα αλλάζοντας

$$\text{Άρα } \frac{\Delta G}{\Delta t} = \left| \frac{\Delta W_{\text{Tp}}}{\Delta t} \right| = \frac{36}{3} = 12 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$



### ΘΕΜΑ Β

**B<sub>1</sub>**. Μία μπάλα κινείται υπό την επίδραση μόνο του βάρους της και διέρχεται διαδοχικά από τα σημεία Α, Β, Γ.

Α) Αφού μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στην κόλλα σας να τον συμπληρώσετε. Στον πίνακα δίνονται κάποιες από τις τιμές της κινητικής, της δυναμικής και της μηχανικής ενέργειας της μπάλας στα σημεία Α, Β, Γ.

Σημείο	Κινητική ενέργεια (J)	Δυναμική ενέργεια (J)	Μηχανική ενέργεια (J)
Α		80	100
Β	40		
Γ		10	

*Μονάδες 4*

Β) Να εξηγήσετε πως υπολογίσατε κάθε τιμή ενέργειας με την οποία συμπληρώσατε τον πίνακα.

*Μονάδες 8*

**B<sub>2</sub>**. Γερανός ασκεί σε κιβώτιο κατακόρυφη δύναμη  $F$  με την επίδραση της οποίας το κιβώτιο κατεβαίνει κατακόρυφα με επιτάχυνση μέτρου  $\frac{g}{2}$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, τότε για το μέτρο  $F$  της δύναμης  $\vec{F}$  και το μέτρο  $B$  του βάρους του κιβωτίου ισχύει .

α)  $F = \frac{B}{2}$

β)  $F = 2 \cdot B$

γ)  $F = B$

*Μονάδες 4*

Β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

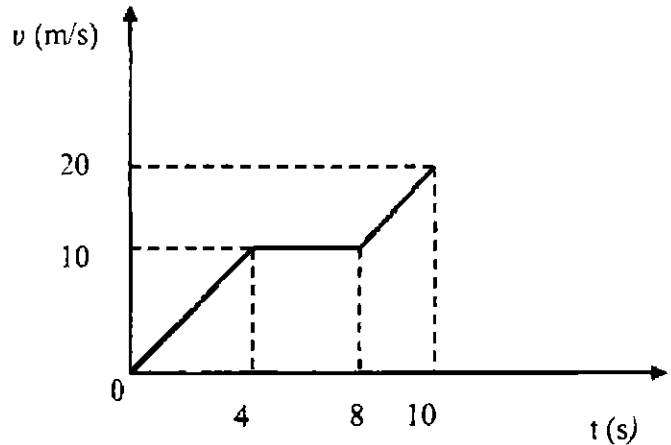
*Μονάδες 9*

8

### ΘΕΜΑ 3

Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο.

**Δ1)** Να υπολογίσετε τις επιταχύνσεις  $a_1$  και  $a_2$  με τις οποίες κινείται το σώμα κατά τα χρονικά διαστήματα  $0 \text{ s} - 4 \text{ s}$  και  $8 \text{ s} - 10 \text{ s}$  αντίστοιχα.



*Μονάδες 5*

**Δ2)** Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  έως και την χρονική στιγμή  $t = 10 \text{ s}$ .

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος κατά το χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$ .

*Μονάδες 7*

**Δ4)** Αν  $K_1$  και  $K_2$  είναι οι τιμές της κινητικής ενέργειας του σώματος τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 2 \text{ s}$  και  $t_2 = 9 \text{ s}$  αντίστοιχα, να υπολογίσετε το λόγο  $\frac{K_1}{K_2}$ .

*Μονάδες 7*

8A

## ΘΕΜΑ Β

B<sub>1</sub>

	K(J)	U(J)	ΕΜΗΧ(J)
A	20	80	100
B	40	60	100
Γ	90	10	100

Ισχύει η Α.Δ.Μ.Ε στα σε κάθε σημείο η μηχανική ενέργεια θα είναι σταθερή και ίση με το αθροισμα κινήσεως και δυναμικής ενέργειας σε αυτό το σημείο αφού:

$$ΕΜΗΧ(A) = ΕΜΗΧ(B) = ΕΜΗΧ(Γ) = 100$$

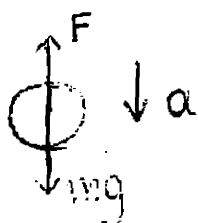
$$\text{Όπως } ΕΜΗΧ(A) = K_A + U_A \Leftrightarrow 100 = K_A + 80 \Leftrightarrow$$

$$K_A = 20 \text{ J}$$

$$\text{Όπως } ΕΜΗΧ(B) = K_B + U_B \Leftrightarrow 100 = 40 + U_B \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow U_B = 60 \text{ J}$$

$$ΕΜΗΧ(Γ) = U_Γ + K_Γ \Leftrightarrow 100 = 10 + K_Γ \Leftrightarrow K_Γ = 90 \text{ J}$$

B<sub>2</sub>

Ισχύει ο 2ος Ν.Ν

$$\vec{\Sigma}F = m\vec{a} \Leftrightarrow mg - F = ma \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow mg - F = \frac{mg}{2} \Leftrightarrow F = \frac{mg}{2} = \frac{B}{2}$$

Έπειτα δίνω φορά διαγράψης των διανυσμάτων προς τα κάτω

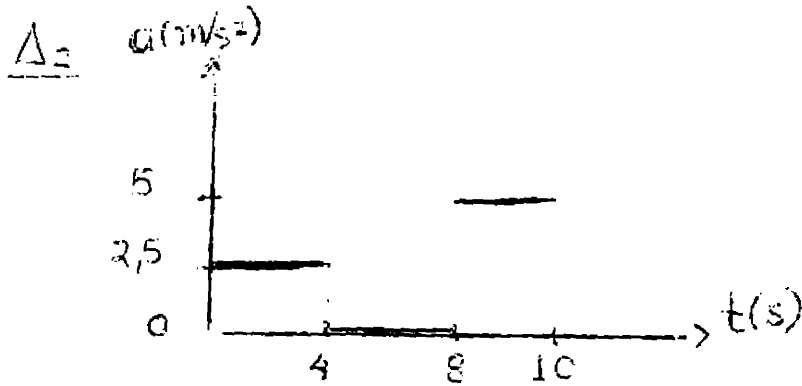
δίνω το (α)

ΕΒ

ΘΕΜΑ Α

$$\Delta_1. \quad a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_0}{t - t_0} = \frac{10 - 0}{4 - 0} = 2,5 \frac{m}{s^2}$$

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{10} - v_8}{t - t_0} = \frac{20 - 10}{2} = 5 \frac{m}{s^2}$$



Από 0 - 4s ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση  $a_1 = 2,5 \frac{m}{s^2}$

Από 4s - 8s Ε.Ο.Κ. άρα  $a = 0$

Από 8s - 10s ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση  $a = 5 \frac{m}{s^2}$

Δ3 Η μέση ταχύτητα  $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  όπου  $\Delta x$  το συνολικό εμβαδό της  $v = f(t)$  από  $t_{01}$  μέχρι  $t_{02}$  και  $t_{02} - t_{01} = 10s$  άρα:

$$\bar{v} = \frac{E_1 + E_2 + E_3}{t_{02} - t_{01}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10 + (8 - 4) \cdot 10 + \frac{10 + 20}{2} \cdot 2}{10}$$

$$= \frac{20 + 40 + 30}{10} = 9 \frac{m}{s}$$

$$\Delta_4. \quad \frac{k_1}{k_2} = \frac{\frac{1}{2} m v_1^2}{\frac{1}{2} m v_2^2} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^2 \quad \text{όπου } v_1 = a_1 t_1 = 5 \frac{m}{s}$$

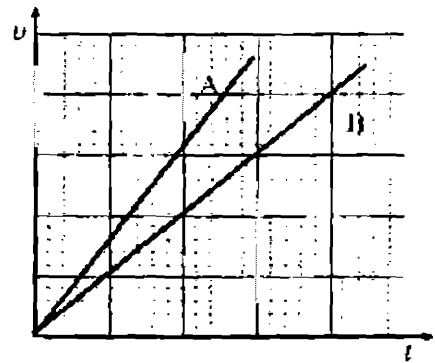
$$\text{και } v_2 = v_{\text{αρχ}} + a_2 \cdot t = 10 \frac{m}{s} \quad \text{και } t = t_9 - t_8 = 1s$$

$$\text{Άρα } \frac{k_1}{k_2} = \left( \frac{5}{10} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

9

### ΘΕΜΑ Β

**B1)** Δύο μαθητές, ο Αντώνης (Α) και ο Βασίλης (Β) συναγωνίζονται με τα ποδήλατά τους ποιος από τους δύο μπορεί να φτάσει πρώτος να κινείται με ταχύτητα ίση με 25 km/h. Για τον λόγο αυτό σταματούν στο ίδιο σημείο ενός ευθύγραμμου οριζώντιου δρόμου και αρχίζουν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να κινούνται παράλληλα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου για τους δύο μαθητές.



Α) Από τις παρακάτω τρεις επιλογές, να επιλέξετε αυτήν που θεωρείτε σωστή.

Ο μαθητής που θα καταφέρει πρώτος να “φτάσει” τα 25 km/h, είναι:

α) ο Αντώνης

β) ο Βασίλης

γ) κανένας από τους δύο, αφού θα φτάσουν ταυτόχρονα να κινούνται με 25 km/h

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

**B2)** Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν ίσες μάζες και κινούνται στον ίδιο οριζόντιο δρόμο σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες  $v_1$  και  $v_2$  αντίστοιχα.

Α) Από τις παρακάτω τρεις επιλογές, να επιλέξετε αυτήν που θεωρείτε σωστή.

Αν για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει  $v_1 = 2v_2$ , τότε ο λόγος  $\frac{K_1}{K_2}$  των κινητικών ενεργειών των

σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , είναι ίσος με:

α) 4

β) -4

γ) 2

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

### ΘΕΜΑ Δ

Τα κιβώτια  $K_1$  και  $K_2$  του διπλανού σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 3 \text{ kg}$  και  $m_2 = 5 \text{ kg}$  αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής  $\mu = 0,5$ . Τα κιβώτια είναι δεμένα μεταξύ τους με ένα μη εκτατό νήμα αμελητέας μάζας, το οποίο είναι οριζόντιο και τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο  $K_1$  οριζόντια σταθερή δύναμη  $F$  στη διεύθυνση του νήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα και μετακινεί τα κιβώτια με σταθερή επιτάχυνση  $a = 1 \text{ m/s}^2$ .



**Δ1)** Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται σε καθένα κιβώτιο.

Μονάδες 6

**Δ2)** Να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στο κιβώτιο  $K_2$  και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο κιβώτιο αυτό από το νήμα.

Μονάδες 6

**Δ3)** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο κιβώτιο  $K_1$ , από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική  $t_1 = 4 \text{ s}$ .

Μονάδες 6



Δ4) Να υπολογίσετε πόσο τοις εκατό από την ενέργεια που μεταβιβάζει ο εργάτης στα κιβώτια, μεταφέρεται ως κινητική στο κιβώτιο  $K_1$ .

*Μονάδες 7*

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



9A

ΘΕΜΑ Β

Ε<sub>1</sub> Τέσς ο (Α) μαιθης α<sub>0</sub> και ο (Β) ξεκινουν απο την ηφρια κανοντας ευθυγραμμη ομαλη επιταχυομενη κινηση. Απο την κλιση της υ=f(t) παρατηρομε οτι ο (Α) εχει μεγαλυτερη επιταχυοση απο τον (Β) αρο το φταση πρωτος (εε λιγοτερο χρονο) στην ταχυτητα των 25 km/h

$$\text{Για το (Α)} \quad v_A = a_A \cdot t_A \quad \text{κ} \quad \text{(Β)} \quad v_B = a_B \cdot t_B$$

$$\text{δινου} \quad \frac{v_A}{v_B} = \frac{a_A \cdot t_A}{a_B \cdot t_B} \quad \text{Αν} \quad v_A = v_B \quad \frac{a_A}{a_B} = \frac{t_B}{t_A} \quad \text{και}$$

$$\text{επειδη} \quad a_A > a_B \quad (\Rightarrow) \quad t_B > t_A$$

δωστο το (α)

$$\text{B}_2 \quad \frac{k_1}{k_2} = \frac{\frac{1}{2} m v_1^2}{\frac{1}{2} m v_2^2} = \frac{(2v_2)^2}{v_2^2} = \frac{4}{1}$$

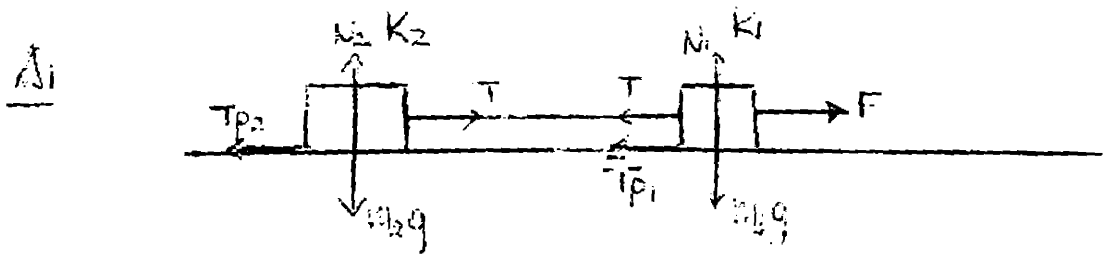
Παρατηρω οτι οι κινητικες ενεργειες εφαιρτωνται ΜΟΝΟ απο το μετρο των ταχυοτητων και εχι απο των κατευθονοι αφου η κινητικη ενεργεια ειναι μονομετρο μεγεθος

δωστο το (α)

9B

### ΕΝΑ Δ

Σχηματίζω τις δυνάμεις



Για το K1 στον άξονα yy' είναι  $\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow N_1 = m_1 g = 30 \text{ N}$   
 Άρα  $T_{p(1)} = \mu N_1 = 15 \text{ N}$

Για το K2 στον άξονα yy' είναι  $\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow N_2 = m_2 g = 50 \text{ N}$   
 Άρα  $T_{p(2)} = \mu N_2 = 25 \text{ N}$

Δ2. Για το K2 στον άξονα xx' έχω:

$\sum \vec{F}_x = m_2 \vec{a}$  όπου α η κοινή επιτάχυνση των δύο κινητών

Άρα  $\sum F_x = m_2 a \Rightarrow T - T_{p(2)} = m_2 a \Rightarrow T - 25 = 5 \cdot 1$

$$\boxed{T = 30 \text{ N}}$$

Δ3. Για το K1 η ταχύτητα T του νηματος (όραση-αντιόραση) έχει το ίδιο μέτρο αλλά το έργο της θα είναι αρνητικό αφού:

$$W_T = -T \cdot x \quad \text{όπου } x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 = 8 \text{ m}$$

$$\text{Τέλος } W_T = -30 \cdot 8 = -240 \text{ J.}$$

Δ4 Η ενέργεια του έργου είναι ίση με το έργο της δύναμης F.

Η μεταβολή στην κινητική ενέργεια του κινητού K1 είναι ίση με το έργο αλλών των

9B

δυνάμειών που ενεργούν στο κιβώτιο  $K_1$

Ισχύει ότι  $20 \text{ N}$  στον άξονα  $xx'$  για το  $K_1$

$$\sum F_x = m_1 a \Leftrightarrow F - T - T_{p_1} = m_1 a \quad (\Rightarrow)$$

$$F - 30 - 15 = 3 \cdot 1 \quad (\Rightarrow) \quad F = 48 \text{ N}$$

$$\text{Άρα} \quad \frac{W_{\sum F}}{W_F} \cdot 100\% = \frac{W_F - W_T - W_{T_{p_1}}}{W_F} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{F \cdot x - T \cdot x - T_{p_1} \cdot x}{F \cdot x} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{48 - 30 - 15}{48} \cdot 100\% = \frac{3}{48} \cdot 100\%$$

$$= \frac{1}{16} \cdot 100\% = 6,25\%$$

**ΘΕΜΑ Β**

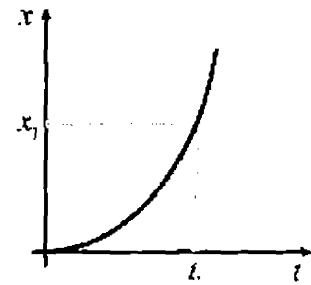
**B1)** Ένας σκιέρ κινείται ευθύγραμμα. Η γραφική παράσταση της θέσης του σκιέρ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι παραβολή και παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Από το διάγραμμα αυτό συμπεραίνουμε ότι το μέτρο της ταχύτητας του σκιέρ:

- α) αυξάνεται.                      β) μειώνεται                      γ) δε μεταβάλλεται

Μονάδες 4



Μονάδες 8

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**B2)** Από ένα σημείο του εδάφους εκτοξεύουμε μικρή μεταλλική σφαίρα κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0$  και φτάνει σε μέγιστο ύψος ίσο με  $h$  πάνω από το έδαφος. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Για να φτάσει η σφαίρα σε μέγιστο ύψος ίσο με  $2h$ , πρέπει να εκτοξευτεί με ταχύτητα μέτρου:

- α)  $2v_0$                       β)  $4v_0$                       γ)  $v_0\sqrt{2}$

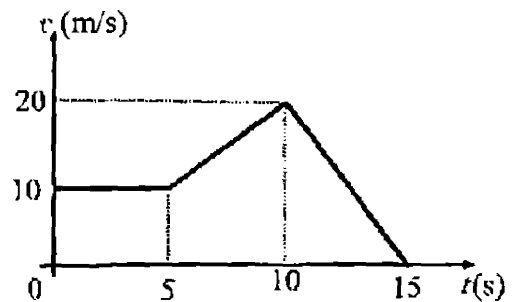
Μονάδες 4

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

**ΘΕΜΑ Δ**

Ένα σώμα με μάζα  $120 \text{ kg}$  ολισθαίνει σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με τον άξονα  $x'x$ . Στο σώμα ασκείται δύναμη  $\vec{F}$  στη διεύθυνση της κίνησης του και τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , διέρχεται από τη θέση  $x_0 = -25 \text{ m}$ , κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δρόμου είναι  $\mu = 0,2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



**Δ1)** Να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ , που ασκείται στο σώμα, στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ .

Μονάδες 6

**Δ2)** Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου από τη δύναμη  $\vec{F}$  (ισχύ της δύναμης  $\vec{F}$ ), τη χρονική στιγμή  $t_1 = 3 \text{ s}$ .

Μονάδες 6

**Δ3)** Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$ .

Μονάδες 6

**Δ4)** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$ , στη διάρκεια του 4<sup>ου</sup> δευτερολέπτου της κίνησης του σώματος.

Μονάδες 7

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

## ΘΕΜΑ Β

Β<sub>1</sub> Από το διαγράμμα παρατηρούμε ότι η θέση  $x$  είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου  $t$   
 Η κλίση του  $x = f(t)$  μας δίνει πόντα την ταχύτητα έπειδη η κλίση του  $x = f(t)$  αψώνει δ' αψώνει και η ταχύτητα του σωματιού  
 Ζητάει το (α)

Β<sub>2</sub> Ισχύει η Α.Δ.Μ.Ε στα αρχικά (και θεωρούμε ότι στο έδαφος έχω μηδενική δυναμική ενέργεια) έχω:

$$E_{μηχ(Α)} = E_{μηχ(Τ)} \Leftrightarrow U_{\mu\phi\chi} + K_{ΑΡ\chi} = U_{Τελ} + K_{Τελ}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = m g h \Leftrightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} \quad (1)$$

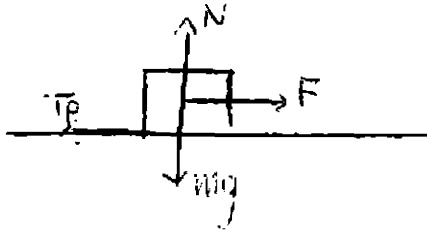
Τελικά όταν  $h' = 2h$  θα είναι:

$$h' = \frac{(v_0')^2}{2g} \quad (2)$$

## ΘΕΜΑ Δ

Δ<sub>1</sub> Από  $t = 0 \rightarrow 5\text{s}$  η ταχύτητα είναι σταθερή αρα το σώμα κάνει Ε.Ο.Κ

$$\begin{aligned} \text{Άξονας } yy': \quad \sum \vec{F}_y = \vec{0} & \Leftrightarrow N - mg = 0 \Leftrightarrow N = mg = 1200\text{N} \\ \text{Άξονας } xx': \quad \sum \vec{F}_x = \vec{0} & \Leftrightarrow F - T_p = 0 \Leftrightarrow F = T_p = \mu N \\ & = 0,2 \cdot 1200 = 240\text{N} \end{aligned}$$



Δ<sub>2</sub> Για  $t_1 = 3\text{s}$   $v = 10\text{ m/s}$

$$\text{Άρα } \frac{dW_F}{dt} = P_F = F \cdot v = 240 \cdot 10 = 2400\text{ W}$$

Δ<sub>3</sub> Το συνολικό έργο της  $v = f(t)$  από  $0 \rightarrow 10\text{s}$  μας δείχνει αριθμητικά τη μετατόπιση  $\Delta x$  του σώματος Άρα

$$\Delta x = E_1 + E_2 = 10 \cdot 5 + \frac{10+20}{2} (10-5) = 50 + 75 = 125\text{m}$$

$$\text{Όπως } \Delta x = x_T - x_A \Leftrightarrow 125 = x_T - (-25) \Leftrightarrow x_T = 100\text{m}$$

οπότε  $x_A = -25\text{m}$

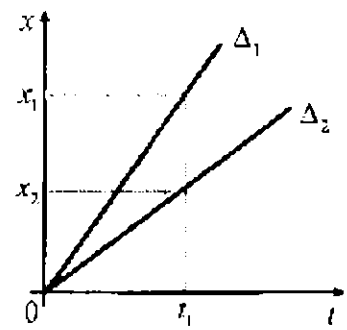
$$\begin{aligned} \Delta_4 \quad W_F = F \cdot \Delta x \quad \text{οπότε } \Delta x &= x_4 - x_3 = v \cdot t_4 - v \cdot t_3 \\ &= 10 \cdot 4 - 10 \cdot 3 = 10\text{m} \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } W_F = F \cdot \Delta x = 240 \cdot 10 = 2400\text{ J}$$

$$\boxed{W_F = 2400\text{ J}}$$

**ΘΕΜΑ Β**

**B1)** Δύο δρομείς  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  κινούνται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η θέση των δρομέων, σε συνάρτηση με το χρόνο.



**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Η κίνηση των δρομέων είναι:

**α)** ευθύγραμμη ομαλή και ο  $\Delta_1$  κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα από τον  $\Delta_2$ .

**β)** ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και ο  $\Delta_1$  κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση από τον  $\Delta_2$ .

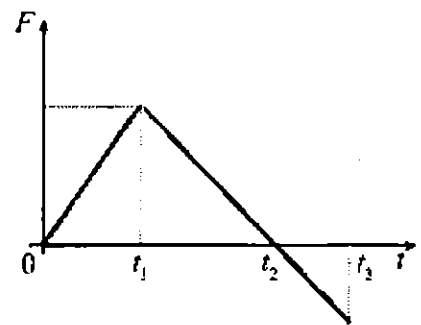
**γ)** ευθύγραμμη ομαλή και ο  $\Delta_1$  κινείται με μικρότερη ταχύτητα από τον  $\Delta_2$ .

*Μονάδες 4*

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 8*

**B2)** Σε μια μπάλα που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη  $F$  και αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα. Στο διπλανό διάγραμμα, φαίνεται πώς μεταβάλλεται η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο.



**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Η κινητική ενέργεια της μπάλας έχει τη μέγιστη τιμή της:

**α)** τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

**β)** τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

**γ)** τη χρονική στιγμή  $t_3$ .

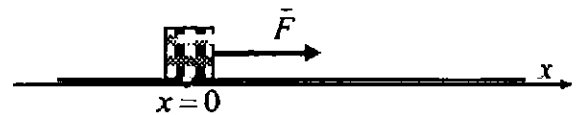
*Μονάδες 4*

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 9*

**ΘΕΜΑ Δ**

Σε ένα κιβώτιο μάζας  $m = 5 \text{ kg}$  ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  και το κιβώτιο ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $8 \text{ m/s}$ , σε οριζόντιο δρόμο που ταυτίζεται με τον άξονα  $x'x$ . Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  κατά τη μετατόπιση του κιβωτίου από τη θέση  $x_0 = 0$  μέχρι τη θέση  $x_1 = 15 \text{ m}$  είναι ίσο με  $300 \text{ J}$ . Να υπολογίσετε:



**Δ1)** το μέτρο της δύναμης  $F$ .

*Μονάδες 6*

**Δ2)** το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** το ρυθμό με τον οποίο η προσφερόμενη στο κιβώτιο ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα.

*Μονάδες 6*

**Δ4)** Τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο διέρχεται από τη θέση  $x_1$ , καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ . Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της κινητικής ενέργειας του κιβωτίου σε συνάρτηση με τη θέση του  $x$  πάνω στον άξονα, από τη θέση  $x_0 = 0$ , μέχρι τη θέση όπου αυτό σταματά.

*Μονάδες 7*

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

## ΘΕΜΑ Β.

B<sub>1</sub> Η κίνηση των  $\Delta_1, \Delta_2$  σφαιρών είναι Ε.Ο.Κ (αφού η θέση  $(x)$  και των δύο σφαιρών είναι συνάρτηση του χρόνου κίνησης  $(t)$  Η κλίση των  $v = f(t)$  μας δείχνει την ταχύτητα αφα:

$$\text{Για το } \Delta_1: \vec{v}_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - 0}{t_1 - 0} = \frac{x_1}{t_1}$$

$$\text{Για το } \Delta_2: \vec{v}_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - 0}{t_1 - 0} = \frac{x_2}{t_1}$$

$$\text{Όπως } x_1 > x_2 \quad (\Rightarrow) \quad \frac{x_1}{t_1} > \frac{x_2}{t_1} \quad (\Rightarrow) \quad v_1 > v_2$$

Σωστό το (α)

B<sub>2</sub> Το σώμα θα κάνει επιταχυνόμενη ομαλή κίνηση από 0 μέχρι  $t_2$  (Η δύναμη  $F$  είναι ομορροπή της κίνησης)

Τη χρονική στιγμή  $t_2$  η κατεύθυνση της  $F$  αλλάζει (γίνεται αντίρροπη της κίνησης) αφα το σώμα θα κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση

Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος αφα και της κινητικής ενέργειας θα είναι στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης δηλαδή τη χρονική στιγμή  $(t_2)$

Σωστό το (β)



## ΕΞΗΛ Δ

$$\Delta_1 \quad W_F = F \cdot \Delta x \quad (\Rightarrow) \quad W_F = F \cdot (x_1 - x_0) \quad (\Rightarrow) \quad F = \frac{300}{15} \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \boxed{F = 20 \text{ N}}$$

$$\Delta_2. \quad \text{Στον άξονα } yy': \quad \sum \vec{F}_y = \vec{0} \quad (\Rightarrow) \quad N = mg = 50 \text{ N}$$

$$\text{Στον άξονα } xx': \quad \sum \vec{F}_x = \vec{0} \quad (\Rightarrow) \quad F - T_p = 0 \quad (\Rightarrow) \quad F = T_p = 20 \text{ N}$$

$$\text{Άρα} \quad T_p = \mu N \quad (\Rightarrow) \quad \mu = \frac{T_p}{N} = \frac{20}{50} = 0,4$$

$$\Delta_3. \quad \frac{dQ}{dt} = \left| \frac{dW_{T_p}}{dt} \right| = |P_{T_p}| = T_p \cdot v = 20 \cdot 8 = 160 \text{ W}$$

Η δύναμη της τριβής επίθεσης είναι αυτή που μέσω του έργου της μετατρέπει μέρος (ηλεκτρο) της προσφερόμενης ενέργειας σε θερμότητα.

Δ4 Όταν καταργείται η δύναμη  $F$  η ταχύτητα του σωματός είναι  $v_0 = 8 \text{ m/s}$  και το σώμα θα κάνει Ε.Ο. Επιβραδυνόμενη κίνηση. Σε μια τυχαία θέση (μετά τη κατάργηση της  $F$ ) θα έχω:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

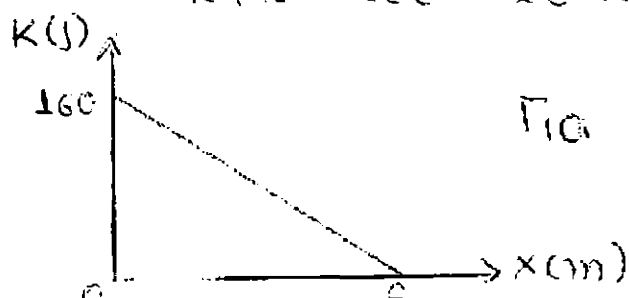
Ισχύει Ε.Μ.Κ.Ε. Από τη στιγμή που αρχίζει επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι μια τυχαία θέση  $x$

$$\Rightarrow W = \Delta K \quad (\Rightarrow) \quad W_{T_p} = K_T - K_A \quad (\Rightarrow)$$

$$- T_p x = K_T - \frac{1}{2} m v_0^2 \quad (\Rightarrow)$$

$$K_T = \frac{1}{2} m v_0^2 - T_p x = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8^2 - 20 x$$

$$K_T = 160 - 20 x$$



$$\text{Για} \quad x=0 \quad K=160 \text{ J}$$

$$K=0 \quad x=8 \text{ m}$$