+0

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι αριθμοί: $A=\frac{1}{5+\sqrt{5}}$, $B=\frac{1}{5-\sqrt{5}}$

α) Να δείξετε ότι:

i) $A+B=\frac{1}{2}$ (Μονάδες 8)

ii) $A\cdot B=\frac{1}{20}$ (Μονάδες 8)

β) Να κατασκευάσετε μια εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς Α και Β.

(Μονάδες 9)

Λύση

α) $A+B=\frac{1}{5+\sqrt{5}}+\frac{1}{5-\sqrt{5}}=\frac{5-\sqrt{5}+5+\sqrt{5}}{25-5}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

$A\cdot B=\frac{1}{5+\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{5-\sqrt{5}}=\frac{1}{25-5}=\frac{1}{20}$

β) Για $S=A+B=\frac{1}{2}$, $P=A\cdot B=\frac{1}{20}$ η εξίσωση είναι $x^2-Sx+P=0$ δηλαδή

$x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{20}=0 \Leftrightarrow 20x^2-10x+1=0$

+1

ΘΕΜΑ 2

Η απόσταση *y (σε χιλιόμετρα)* ενός αυτοκινήτου από μια πόλη Α, μετά από *x λεπτά*, δίνεται από τη σχέση: $y=35+0,8x$

α) Ποια θα είναι η απόσταση του αυτοκινήτου από την πόλη Α μετά από 25 λεπτά;

(Μονάδες 12)

β) Πόσα λεπτά θα έχει κινηθεί το αυτοκίνητο, όταν θα απέχει 75 χιλιόμετρα από την πόλη Α;

(Μονάδες 13)

Λύση

α) Για $x=25$ $\psi=35+0,8\cdot 25=35+20=55$ χλμ.

β) Για $\psi=75$ έχουμε $75=35+0,8\cdot x \Leftrightarrow$

$40=0,8\cdot x \Leftrightarrow x=50$ min

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τριώνυμο $2x^2+\lambda x-5$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Αν μια ρίζα του τριωνύμου είναι ο αριθμός $x_0=1$, να προσδιορίσετε την τιμή του λ.

(Μονάδες 12)

β) Για $\lambda=3$, να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο. (Μονάδες 13)

Λύση

α) Για $x=1$ πρέπει $2\cdot 1^2+\lambda\cdot 1-5=0 \Leftrightarrow 2+\lambda-5=0$
$\Leftrightarrow \lambda=3$

β) Για $\lambda=3$ το τριώνυμο γίνεται: $2x^2+3x-5$
με $\Delta=9+40=49$
άρα έχει ρίζες $x_{1,2}=\dfrac{-3\pm 7}{4}$, $x_1=-\dfrac{5}{2}$, $x_2=1$
άρα $2x^2+3x-5=2\left(x+\frac{5}{2}\right)(x-1)=(2x+5)(x-1)$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 - 5\beta x + 2\beta^2 = 0$ (1), με παράμετρο $\beta > 0$.

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες τις: $x_1 = 2\beta$ και $x_2 = \frac{\beta}{2}$

(Μονάδες 12)

β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της (1), να εξετάσετε αν οι αριθμοί x_1, β, x_2, με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου και να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας.

(Μονάδες 13)

Λύση

α) $2x^2 - 5\beta x + 2\beta^2 = 0$

$\Delta = 25\beta^2 - 16\beta^2 = 9\beta^2 > 0$ αρα

$x_{1,2} = \frac{5\beta \pm 3\beta}{4}$ αρα $x_1 = 2\beta$, $x_2 = \frac{1}{2}\beta$

β) $\beta^2 = x_1 \cdot x_2 \Leftrightarrow \beta^2 = 2\beta \cdot \frac{1}{2}\beta \Leftrightarrow \beta^2 = \beta^2$ που ισχυει

Αρα ο β είναι ο γεωμετρικός μέσος των x_1, x_2

Αρα οι x_1, β, x_2 είναι διαδοχικοί οροι γεωμετρικής προόδου.

74

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση: $x^2-2\beta x+(\beta^2-4)=0$, (1) με παράμετρο $\beta \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες τις: $x_1=\beta-2$ και $x_2=\beta+2$

(Μονάδες 12)

β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της (1), να εξετάσετε αν οι αριθμοί x_1, β, x_2, με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας.

(Μονάδες 13)

Λύση

α) $x^2-2\beta x+(\beta^2-4)=0$.

$\Delta = 4\beta^2-4(\beta^2-4)=16$ αρα

$x_{1,2}=\dfrac{2\beta\pm 4}{2}$ αρα $x_1=\beta+2$, $x_2=\beta-2$

β) $\beta=\dfrac{x_1+x_2}{2} \Leftrightarrow \beta=\dfrac{\beta+2+\beta-2}{2} \Leftrightarrow \beta=\beta$ που ισχύει.

Αρα ο β είναι ο αριθμητικός μεσος των x_1, x_2
Αρα οι αριθμοί x_1, β, x_2 είναι διαδοχικοι οροι αριθμητικής προοδου.

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται δύο ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω και οι πιθανότητες:

$$P(A)=\frac{3}{4},\ P(A-B)=\frac{5}{8} \text{ και } P(B)=\frac{1}{4}.$$

α) Να υπολογίσετε την $P(A\cap B)$ (Μονάδες 9)

β) i) Να παραστήσετε με διάγραμμα Venn και να γράψετε στη γλώσσα των συνόλων το ενδεχόμενο: «Α ή Β». (Μονάδες 7)

ii) Να υπολογίσετε την πιθανότητα πραγματοποίησης του παραπάνω ενδεχομένου.

(Μονάδες 9)

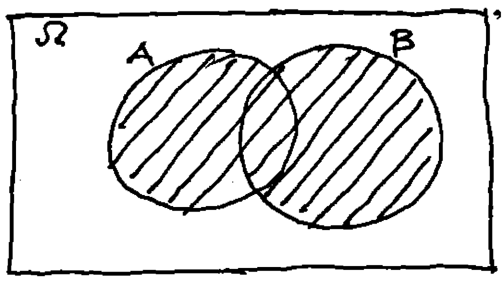
Λύση

α) $P(A-B) = P(A) - P(A\cap B) \Leftrightarrow$

$P(A\cap B) = P(A) - P(A-B) \Leftrightarrow$

$P(A\cap B) = \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$

β) i)



$A\cup B = \{x\in\Omega / x\in A \text{ ή } x\in B\}$

ii) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) \Leftrightarrow$

$P(A\cup B) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}.$

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται δύο τμήματα με μήκη *x* και *y*, για τα οποία ισχύουν: $|x-3|\le 2$ και $|y-6|\le 4$.

α) Να δείξετε ότι: $1\le x\le 5$ και $2\le y\le 10$. (Μονάδες 12)

β) Να βρεθεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει η περίμετρος ενός ορθογωνίου με διαστάσεις $2x$ και y

(Μονάδες 13)

Λύση

α) $|x-3|\le 2 \Leftrightarrow -2\le x-3\le 2 \Rightarrow 1\le x\le 5$

$|\psi-6|\le 4 \Leftrightarrow -4\le \psi-6\le 6 \Leftrightarrow 2\le \psi\le 10$

β) $1\le x\le 5 \Leftrightarrow 4\le 4x\le 20.$ (1)

$2\le \psi\le 10 \Leftrightarrow 4\le 2\psi\le 20$ (2)

Η περίμετρος του ορθογωνίου είναι $\Pi=2\cdot 2x+2\cdot\psi$

$\Leftrightarrow \Pi=4x+2\psi$

$(1)+(2) \rightarrow 8\le 4x+2\psi\le 40 \rightarrow 8\le \Pi\le 40.$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τριώνυμο $2x^2+5x-1$.

α) Να δείξετε ότι το τριώνυμο έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες, x_1 και x_2. (Μονάδες 6)

β) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων: x_1+x_2, $x_1 \cdot x_2$ και $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ (Μονάδες 9)

γ) Να προσδιορίσετε μια εξίσωση 2ου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς $\frac{1}{x_1}$ και $\frac{1}{x_2}$.

(Μονάδες 10)

Λύση.

α) $2x^2+5x-1$

$\Delta = 5^2+4\cdot 2\cdot 1 = 33 > 0$ Αρα το τριώνυμο εχει δύο πραγματικες ριζες ανισες.

β) Για $\alpha=2$, $\beta=5$, $\gamma=-1$

$S = x_1+x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{5}{2}$

$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-\frac{5}{2}}{-\frac{1}{2}} = 5$

γ) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2} = 5 = S'$

$\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 \cdot x_2} = -2 = P'$

η εξίσωση με ριζες $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$ είναι $x^2 - S'x + P' = 0$

δηλαδη: $x^2 - 5x - 2 = 0$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παράσταση: $K=\dfrac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x+2}-\dfrac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}$.

α) Να βρεθούν οι τιμές που πρέπει να πάρει το *x*, ώστε η παράσταση *K* να έχει νόημα πραγματικού αριθμού. (Μονάδες 12)

β) Αν -2<x<3, να αποδείξετε ότι παράσταση *K* σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x.

(Μονάδες 13)

Λύση

α) $K=\dfrac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x+2}-\dfrac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}=\dfrac{\sqrt{(x+2)^2}}{x+2}-\dfrac{\sqrt{(x-3)^2}}{x-3}$

απαιτούμε: $(x+2)^2\geq 0$ που ισχύει για κάθε $x\in\mathbb{R}$

$(x-3)^2\geq 0$ " "

$x+2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -2$

$x-3\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 3$

Άρα η παράσταση K έχει νόημα πραγματικού αριθμού για $x\in(-\infty,-2)\cup(-2,3)\cup(3,+\infty)$.

β) για $-2<x<3$ έχουμε $x+2>0$ και $x-3<0$ άρα

$K=\dfrac{|x+2|}{x+2}-\dfrac{|x-3|}{x-3}=\dfrac{x+2}{x+2}-\dfrac{3-x}{x-3}=1-(-1)=2.$

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι ανισώσεις: $-x^2+5x-6<0$ *(1)* *και* $x^2-16\leq 0$ *(2)*.

α) Να βρεθούν οι λύσεις των ανισώσεων *(1)*, *(2)*. (Μονάδες 12)

β) Να παρασταθούν οι λύσεις των ανισώσεων *(1)* και *(2)* πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.

(Μονάδες 13)

Λύση.

α) $-x^2+5x-6<0 \Leftrightarrow x^2-5x+6>0$

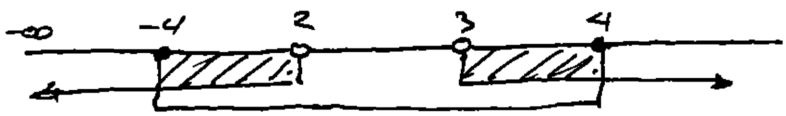
οι ρίζες του τριωνύμου x^2-5x+6 με $\Delta = 25-24=1$

είναι $x_1 = \frac{5+1}{2} = 3$, $x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
x^2-5x+6		+	0	−	0	+	

αρα οι λύσεις της ανίσωσης: $x \in (-\infty,2)\cup(3,+\infty)$

$x^2-16 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 16 \Leftrightarrow |x| \leq 4 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 4.$

β) 

Αρα οι κοινες λυσεις των ανισώσεων είναι:

$x \in [-4,2)\cup(3,4]$.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται πραγματικός αριθμός *x*, για τον οποίο ισχύει: $d(x,-2)<1$.

Να δείξετε ότι:

α) $-3<x<-1$. (Μονάδες 10)

β) $x^2+4x+3<0$. (Μονάδες 15)

α) $d(x,-2)<1 \Leftrightarrow |x+2|<1 \Leftrightarrow -1<x+2<1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3<x<-1$

β) $x^2+4x+3<0$

οι ρίζες του τριωνύμου x^2+4x+3 με $\Delta=16-12=4$

είναι: $x_1=\frac{-4+2}{2}=-1$, $x_2=\frac{-4-2}{2}=-3$.

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
x^2+4x+3		$+$	0	$-$	0	$+$	

αρα $x^2+4x+3<0 \Leftrightarrow -3<x<-1$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τριώνυμο $-x^2+(\sqrt{3}-1)x+\sqrt{3}$.

α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι:

$$\Delta=\left(\sqrt{3}+1\right)^2$$ (Μονάδες 12)

β) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο (Μονάδες 13)

Λύση

α) Για $\alpha=-1,\ \beta=\sqrt{3}-1,\ \gamma=\sqrt{3}$

$\Delta=(\sqrt{3}-1)^2+4\sqrt{3}=\sqrt{3}^2-2\sqrt{3}+1+4\sqrt{3}=\sqrt{3}^2+2\sqrt{3}+1=$

$=(\sqrt{3}+1)^2$

β) οι ρίζες του τριωνύμου είναι:

$x_{1,2}=\dfrac{-\sqrt{3}+1\pm(\sqrt{3}+1)}{-2}$ άρα $x_1=\sqrt{3},\ x_2=-1$

Τότε $-x^2+(\sqrt{3}-1)x+\sqrt{3}=-\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+1\right)$

ΘΕΜΑ 2

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $3x^2-2x-1$ (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες έχει νόημα η παράσταση:

$$A(x)=\frac{x-1}{3x^2-2x-1}$$

και στη συνέχεια να την απλοποιήσετε. (Μονάδες 9)

γ) Να λύσετε την εξίσωση: $|A(x)|=1$ (Μονάδες 8)

Λύση

α) $\Delta=4+12=16$

οι ρίζες του τριωνύμου είναι $x_{1,2}=\frac{2\pm4}{6}$

άρα $x_1=1$, $x_2=-\frac{1}{3}$

Άρα $3x^2-2x-1=3\left(x+\frac{1}{3}\right)(x-1)=(3x+1)(x-1)$

β) Απαιτούμε $3x^2-2x-1\neq0 \Leftrightarrow x\neq1$ και $x\neq-\frac{1}{3}$.

τότε $A(x)=\dfrac{x-1}{3(x-1)\left(x+\frac{1}{3}\right)}=\dfrac{1}{3x+1}$

γ) $|A(x)|=1 \Leftrightarrow \left|\dfrac{1}{3x+1}\right|=1 \Leftrightarrow |3x+1|=1 \Leftrightarrow$

$3x+1=1$ ή $3x+1=-1 \Leftrightarrow$

$3x=0$ ή $3x=-2 \Leftrightarrow$

$x=0$ ή $x=-\frac{2}{3}$ που είναι δεκτές.

ΘΕΜΑ 2

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο x^2+2x-3 (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης:

$$f(x)=\frac{x^2+2x-3}{x-1}$$

και στη συνέχεια να απλοποιήσετε τον τύπο της. (Μονάδες 9)

γ) Να παραστήσετε γραφικά την παραπάνω συνάρτηση. (Μονάδες 8)

Λύση

α) $\Delta = 4+12=16$

οι ρίζες του τριωνύμου είναι $x_{1,2}=\frac{-2\pm4}{2}$

άρα $x_1=-3$, $x_2=1$

άρα $x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$

β) απαιτούμε: $x-1\neq0 \Leftrightarrow x\neq1$

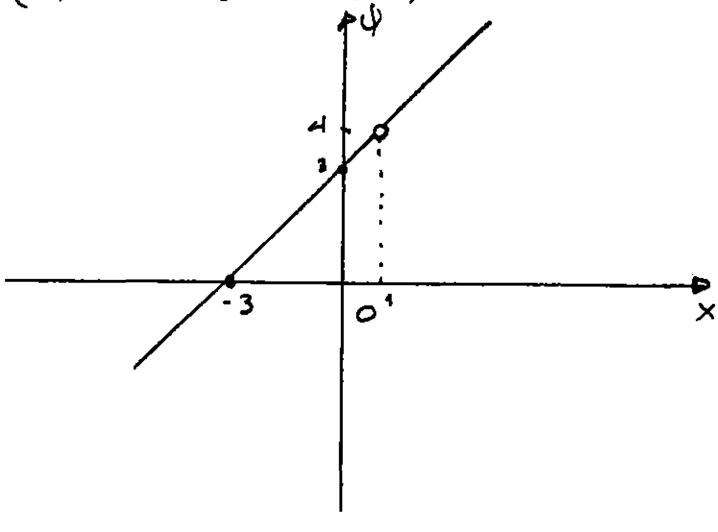
άρα $A_f=(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$

$f(x)=\frac{x^2+2x-3}{x-1}=\frac{(x-1)(x+3)}{x-1}=x+3$

γ) Η γραφική παράσταση της f είναι ευθεία εκτός από το σημείο της $(1,4)$.

$f(0)=3$ άρα $A(0,3)\in C_f$

$f(-3)=0$ άρα $B(-3,0)\in C_f$.



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ο πίνακας:

	1	2	3
1	11	12	13
2	21	22	23
3	31	32	33

Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους εννέα διψήφιους αριθμούς του παραπάνω πίνακα.

Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης των παρακάτω ενδεχομένων:

Α: ο διψήφιος να είναι άρτιος (Μονάδες 7)

Β: ο διψήφιος να είναι άρτιος και πολλαπλάσιο του 3 (Μονάδες 9)

Γ: ο διψήφιος να είναι άρτιος ή πολλαπλάσιο του 3 (Μονάδες 9)

Λύση

$\Omega = \{11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33\}$

$A = \{12, 22, 32\}$

$B = \{12\}$

$\Gamma = \{12, 22, 32, 21, 33\}$

αρα $P(A) = \dfrac{N(A)}{N(\Omega)} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$

$P(B) = \dfrac{N(B)}{N(\Omega)} = \dfrac{1}{9}$

$P(\Gamma) = \dfrac{N(\Gamma)}{N(\Omega)} = \dfrac{5}{9}$

ΘΕΜΑ 2

α) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2-10x+21<0$ (Μονάδες 12)

β) Δίνεται η παράσταση: $A=|x-3|+|x^2-10x+21|$

i) Για $3<x<7$, να δείξετε ότι: $A=-x^2+11x-24$ (Μονάδες 8)

ii) Να βρείτε τις τιμές του $x\in(3,7)$, για τις οποίες ισχύει $A=6$. (Μονάδες 5)

Λύση

α) Οι ρίζες του τριωνύμου $x^2-10x+21$ με
$\Delta=100-84=16$ είναι $x_{1,2}=\dfrac{10\pm4}{2}$
άρα $x_1=7$, $x_2=3$.

x	$-\infty$		3		7		$+\infty$
$x^2-10x+21$		+	0	−	0	+	

άρα $x^2-10x+21<0 \Leftrightarrow x\in(3,7)$

β) i) Για $3<x<7$ έχουμε: $x-3>0$ και $x^2-10x+21<0$

Τότε $A=x-3-x^2+10x-21=-x^2+11x-24$

ii) $A=6 \Leftrightarrow -x^2+11x-24=6 \Leftrightarrow -x^2+11x-30=0$
$\Leftrightarrow x^2-11x+30=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{11\pm1}{2} \Leftrightarrow x_1=5$ ή $x_2=6$
$(\Delta=121-120=1)$
που είναι δεκτές.

ΘΕΜΑ 2

Η θερμοκρασία T σε βαθμούς Κελσίου (°C), σε βάθος x χιλιομέτρων κάτω από την επιφάνεια της Γης, δίνεται κατά προσέγγιση από τη σχέση:

$$T=15+25\cdot x, \quad \text{όταν } 0\leq x\leq 200$$

α) Να βρείτε τη θερμοκρασία ενός σημείου που βρίσκεται 30 χιλιόμετρα κάτω από την επιφάνεια της Γης. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το βάθος στο οποίο η θερμοκρασία είναι ίση με 290°C. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

γ) Σε ποιο βάθος μπορεί να βρίσκεται ένα σημείο, στο οποίο η θερμοκρασία είναι μεγαλύτερη από 440°C; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

Λύση.

α) Για $x=30$ έχουμε $T=15+25\cdot 30=765°C$

β) Για $T=290°C$ έχουμε:

$290=15+25\cdot x \Leftrightarrow 275=25\cdot x \Leftrightarrow x=11$ χλμ.

γ) Για $T>440 \Leftrightarrow 15+25\cdot x>440 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 25\cdot x>425 \Leftrightarrow x>17$

Αρα το βάθος είναι απο 17 χλμ εως και 200 χλμ.

ΘΕΜΑ 2

α) Να λύσετε την ανίσωση: $3x^2-4x+1 \le 0$. (Μονάδες 12)

β) Αν α, β δυο αριθμοί που είναι λύσεις της παραπάνω ανίσωσης, να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\frac{3\alpha+6\beta}{9}$ είναι επίσης λύση της ανίσωσης. (Μονάδες 13)

Λύση

α) Οι ρίζες του τριωνύμου $3x^2-4x+1$ με $\Delta = 16-12=4$ είναι $x_{1,2}=\frac{4\pm 2}{6}$ άρα $x_1=1$, $x_2=\frac{1}{3}$

x	$-\infty$		$1/3$		1		$+\infty$
$3x^2-4x+1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

άρα $3x^2-4x+1 \le 0 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{1}{3}, 1\right]$

β) Αφού οι α, β είναι λύσεις της ανίσωσης έχουμε:

$\frac{1}{3} \le \alpha \le 1 \Leftrightarrow 1 \le 3\alpha \le 3 \quad (1)$

$\frac{1}{3} \le \beta \le 1 \Rightarrow 2 \le 6\beta \le 6 \quad (2)$

$(1)+(2) \rightarrow 3 \le 3\alpha+6\beta \le 9 \rightarrow \frac{1}{3} \le \frac{3\alpha+6\beta}{9} \le 1$

Άρα ο αριθμός $\frac{3\alpha+6\beta}{9}$ είναι λύση της ανίσωσης

ΘΕΜΑ 2

Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν:

$$\alpha+\beta=2 \quad \text{και} \quad \alpha^2\beta+\alpha\beta^2=-30$$

α) Να αποδείξετε ότι: $\alpha\cdot\beta=-15$. (Μονάδες 10)

β) Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς α, β και να τους βρείτε. (Μονάδες 15)

Λύση

α) $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=-30 \Leftrightarrow \alpha\beta(\alpha+\beta)=-30 \Leftrightarrow$

$\alpha\beta=\frac{-30}{\alpha+\beta} \Leftrightarrow \alpha\beta=\frac{-30}{2} \Leftrightarrow \alpha\beta=-15$

β) $S=\alpha+\beta=2$, $P=\alpha\beta=-15$.

Η εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει ρίζες τους α, β είναι $x^2-2x-15=0$.

με $\Delta=4+60=64$

άρα $x=\frac{2\pm 8}{2}$ άρα $x_1=5$, $x_2=-3$

άρα $\alpha=5$, $\beta=-3$ ή $\alpha=-3$, $\beta=5$.

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = \left(\sqrt{2}\right)^6, \qquad B = \left(\sqrt[3]{3}\right)^6, \qquad \Gamma = \left(\sqrt[6]{6}\right)^6 \quad .$$

α) Να δείξετε ότι:

$$A + B + \Gamma = 23 \; .$$ (Μονάδες 13)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

$$\sqrt[3]{3} \quad \text{και} \quad \sqrt[6]{6} \; .$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

Λύση

α) $A = \left(\sqrt{2}\right)^6 = \sqrt{2^6} = 2^3 = 8$

$B = \left(\sqrt[3]{3}\right)^6 = \sqrt[3]{3^6} = 3^2 = 9$

$\Gamma = \left(\sqrt[6]{6}\right)^6 = \sqrt[6]{6^6} = 6.$

Τοτε $A + B + \Gamma = 8 + 9 + 6 = 23$

β) $\sqrt[3]{3} = \sqrt{\sqrt[3]{3^2}} = \sqrt[6]{9}$

και $9 > 6 \Leftrightarrow \sqrt[6]{9} > \sqrt[6]{6}$ αρα $\sqrt[3]{3} > \sqrt[6]{6}.$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_ν) για την οποία ισχύει: $\alpha_4 - \alpha_2 = 10$

α) Να δείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι ω=5. (Μονάδες 12)

β) Αν το άθροισμα των τριών πρώτων όρων της προόδου είναι 33, να βρείτε τον πρώτο όρο της προόδου. (Μονάδες 13)

Λύση

α) $a_4 - a_2 = 10 \Leftrightarrow a_1 + 3\omega - (a_1 + \omega) = 10 \Leftrightarrow$

$a_1 + 3\omega - a_1 - \omega = 10 \Leftrightarrow 2\omega = 10 \Leftrightarrow \omega = 5.$

β) $S_3 = 33 \Leftrightarrow \frac{3}{2}(2a_1 + 2\omega) = 33 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot (a_1 + \omega) = 33$

$\Leftrightarrow 3(a_1 + 5) = 33 \Leftrightarrow a_1 + 5 = 11 \Leftrightarrow a_1 = 6$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση f, με $f(x)=\begin{cases} 8-x & \text{αν } x<0 \\ 2x+5 & \text{αν } x\geq 0 \end{cases}$.

α) Να δείξετε ότι $f(-5)=f(4)$. (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$, ώστε $f(x)=9$. (Μονάδες 12)

Λύση

α) $f(-5) = 8-(-5) = 13$
$f(4) = 2\cdot 4+5 = 13$ άρα $f(-5)=f(4)$

β) για $x<0$ $f(x)=9 \Leftrightarrow 8-x=9 \Leftrightarrow x=-1$ δεκτή
για $x\geq 0$ $f(x)=9 \Leftrightarrow 2x+5=9 \Leftrightarrow 2x=4 \Leftrightarrow x=2$ δεκτή

ΘΕΜΑ 2

α) Να λύσετε την ανίσωση $|x+4|\geq 3$ (Μονάδες 12)

β) Αν $\alpha \geq -1$, να γράψετε την παράσταση $A=||\alpha+4|-3|$ χωρίς απόλυτες τιμές. Να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας. (Μονάδες 13)

Λύση

α) $|x+4|\geq 3 \Leftrightarrow x+4\leq -3$ ή $x+4\geq 3 \Leftrightarrow$
$x\leq -7$ ή $x\geq -1$

β) $\alpha\geq -1 \Leftrightarrow \alpha+4\geq 3>0$
$\alpha\geq -1 \Leftrightarrow \alpha+1\geq 0$. Τότε
$A=||\alpha+4|-3|=|\alpha+4-3|=|\alpha+1|=\alpha+1$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το σύνολο $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$ και τα υποσύνολά του $A=\{1,2,4,5\}$ και $B=\{2,4,6\}$.

α) Να παραστήσετε στο ίδιο διάγραμμα Venn, με βασικό σύνολο το Ω, τα σύνολα Α και Β. Κατόπιν, να προσδιορίσετε τα σύνολα $A\cup B$, $A\cap B$, A' και B'. (Μονάδες 13)

β) Επιλέγουμε τυχαία ένα στοιχείο του Ω. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

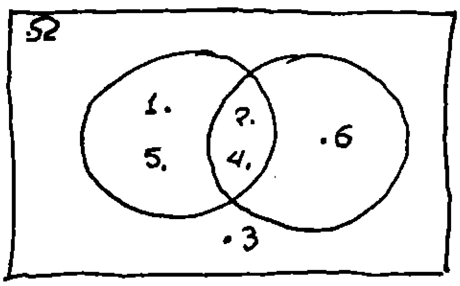
(i) Να μην πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο A. (Μονάδες 4)

(ii) Να πραγματοποιηθούν συγχρόνως τα ενδεχόμενα A και B. (Μονάδες 4)

(iii) Να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα A, B. (Μονάδες 4)

Λύση

α)



$A\cup B=\{1,2,4,5,6\}$

$A\cap B=\{2,4\}$

$A'=\{3,6\}$

$B'=\{1,3,5\}$

β) (i) $P(A')=\dfrac{N(A')}{N(\Omega)}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

(ii) $P(A\cap B)=\dfrac{N(A\cap B)}{N(\Omega)}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

(iii) $P(A\cup B)=\dfrac{N(A\cup B)}{N(\Omega)}=\dfrac{5}{6}.$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η εξίσωση x^2-$(λ-1)x+6=0$, (1) με παράμετρο $λ \in \mathbb{R}$.

α) Αν η παραπάνω εξίσωση έχει λύση το *1*,να βρείτε το *λ*. (Μονάδες 13)

β) Για $λ=2$ να λύσετε την εξίσωση (1) (Μονάδες 12)

Λύση.

α) για $x=1$ πρέπει $1^2-(λ-1)\cdot 1+6=0 \Leftrightarrow -λ+8=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow λ=8.$

β) Για $λ=2$ $x^2-x+6=0$ που είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$
αφού $Δ=1-24=-23<0$

ΘΕΜΑ 2

α) Να λυθεί η εξίσωση: $x^2 - x - 2 = 0$ (Μονάδες 8)

β) Να λυθεί η ανίσωση: $x^2 - x - 2 > 0$ και να παραστήσετε το σύνολο λύσεων της στον άξονα των πραγματικών αριθμών. (Μονάδες 12)

γ) Να τοποθετήσετε το $-\frac{4}{3}$ στον άξονα των πραγματικών αριθμών. Είναι το $-\frac{4}{3}$ λύση της ανίσωσης του ερωτήματος (β); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

Λύση

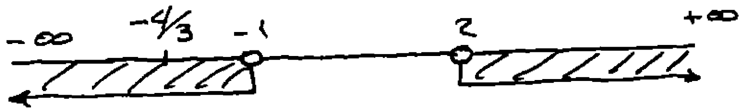
α) $\Delta = 1+8 = 9 > 0$

άρα $x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 3}{2} \Leftrightarrow x = 2$ ή $x = -1$

β)

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
x^2-x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	

$x^2 - x - 2 > 0 \Leftrightarrow x < -1$ ή $x > 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$



γ) Το $-4/3$ είναι λύση της ανίσωσης αφού
$-4/3 \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (α_ν) με $\alpha_1=1$ και $\alpha_3=9$.

α) Να βρείτε τη διαφορά ω της αριθμητικής προόδου. (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε το μικρότερο θετικό ακέραιο ν, ώστε να ισχύει $\alpha_\nu>30$.

(Μονάδες 13)

Λύση

α) $\alpha_3=9 \Leftrightarrow \alpha_1+2\omega=9 \Leftrightarrow 1+2\omega=9 \Leftrightarrow 2\omega=8 \Leftrightarrow \omega=4$

β) $\alpha_\nu>30 \Leftrightarrow \alpha_1+(\nu-1)\omega>30 \Leftrightarrow 1+(\nu-1)\cdot 4>30 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4\nu-3>30 \Leftrightarrow 4\nu>33 \Leftrightarrow \nu>\frac{33}{4}=8,25$

άρα $\nu=9$

ΘΕΜΑ 2

Από τους σπουδαστές ενός Ωδείου, το 50% μαθαίνει πιάνο, το 40% μαθαίνει κιθάρα, ενώ το 10% των σπουδαστών μαθαίνει και τα δύο αυτά όργανα. Επιλέγουμε τυχαία ένα σπουδαστή του Ωδείου. Ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

Α: ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει πιάνο

Β: ο σπουδαστής αυτός μαθαίνει κιθάρα

Να βρείτε την πιθανότητα πραγματοποίησης του ενδεχομένου:

α) Ο σπουδαστής αυτός να μαθαίνει ένα τουλάχιστον από τα δύο παραπάνω όργανα.

(Μονάδες 12)

β) Ο σπουδαστής αυτός να μην μαθαίνει κανένα από τα δύο παραπάνω όργανα.

(Μονάδες 13)

Λύση

$P(A) = \frac{50}{100}$, $P(B) = \frac{40}{100}$, $P(A\cap B) = \frac{10}{100}$

α) $P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = \frac{80}{100}$

β) $P[(A\cup B)'] = 1 - P(A\cup B) = \frac{20}{100}$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\alpha x+\beta$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει:

$f(0)=5$ και $f(1)=3$.

α) Να δείξετε ότι $\alpha=-2$ και $\beta=5$. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της f τέμνει τους άξονες x'x και y'y.

(Μονάδες 7)

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f. (Μονάδες 8)

Λύση

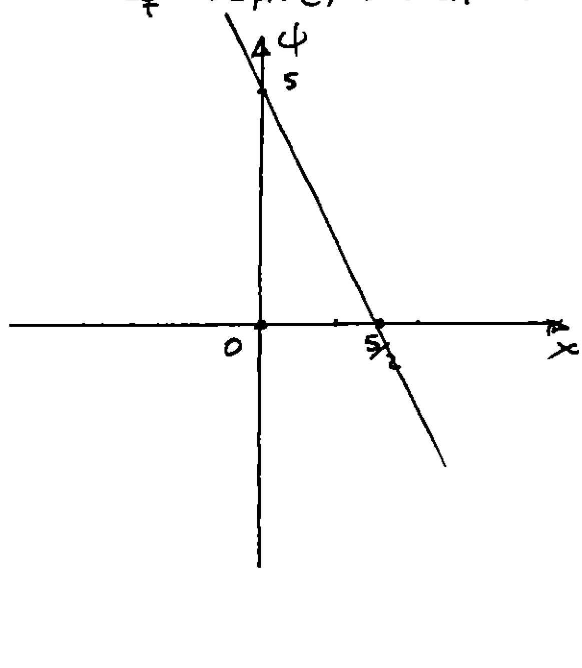
α) $\begin{cases} f(0)=5 \\ f(1)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta=5 \\ \alpha+\beta=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta=5 \\ \alpha=-2 \end{cases}$

β) $f(0)=5$ αρα η C_f τεμνει τον αξονα ψ'ψ στο $A(0,5)$

$f(x)=0 \Leftrightarrow -2x+5=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$

αρα η C_f τεμνει τον αξονα x'x στο $B(\frac{5}{2},0)$

γ)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\dfrac{x^3-16x}{x-4}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f και να αποδείξετε ότι, για τα x που ανήκουν στο πεδίο ορισμού της, ισχύει $f(x)=x^2+4x$. (Μονάδες 15)

β) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x)=32$. (Μονάδες 10)

Λύση

α) $f(x)=\dfrac{x^3-16x}{x-4}$

απαιτούμε $x-4\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 4$ άρα

$A_f=(-\infty,4)\cup(4,+\infty)$

Τότε $f(x)=\dfrac{x(x^2-16)}{x-4}=\dfrac{x(x-4)(x+4)}{x-4}=x(x+4)=x^2+4x$

β) $f(x)=32 \Leftrightarrow x^2+4x=32 \Leftrightarrow x^2+4x-32=0.$

$\Delta=16+128=144$

άρα $x=\dfrac{-4\pm 12}{2} \Leftrightarrow x=-8$ δεκτή ή $x=4$.απορ.

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε την εξίσωση $x^2+2x+\lambda-2=0$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες. (Μονάδες 10)

β) Στην περίπτωση που η εξίσωση έχει δυο ρίζες x_1, x_2, να προσδιορίσετε το λ ώστε να ισχύει: $x_1x_2-2(x_1+x_2)=1$

(Μονάδες 15)

Λύση

α) $\Delta = 4-4(\lambda-2) = -4\lambda+12$

απαιτούμε $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -4\lambda+12 \geq 0 \Leftrightarrow -4\lambda \geq -12 \Leftrightarrow \lambda \leq 3$

β) $x_1 \cdot x_2 = \lambda-2$, $x_1+x_2=-2$

Τότε $x_1 \cdot x_2 - 2(x_1+x_2) = 1 \Leftrightarrow \lambda-2-2(-2)=1$

$\Leftrightarrow \lambda-2=-3 \Leftrightarrow \lambda=-1$ δεκτή

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x+\frac{1}{x},\ x\neq 0$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A=f\left(\frac{1}{2}\right)+f(1)-f(2)$. (Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=\frac{5}{2}$. (Μονάδες 15)

Λύση

α) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$

$f(1)=1+1=2$

$f(2)=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

αρα $A=\frac{5}{2}+2-\frac{5}{2}=2$

β) $f(x)=\frac{5}{2}\Leftrightarrow x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2}\Leftrightarrow x^2-\frac{5}{2}x+1=0$

$\Delta=\frac{25}{4}-4=\frac{9}{4}$

αρα $x=\dfrac{\frac{5}{2}\pm\frac{3}{2}}{2}\Leftrightarrow x=2$ ή $x=\frac{1}{2}$

ΘΕΜΑ 2

Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει μήκος x εκατοστά και πλάτος y εκατοστά, αντίστοιχα. Αν για τα μήκη x και y ισχύει: $4 \leq x \leq 7$ και $2 \leq y \leq 3$ τότε:

α) Να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της περιμέτρου του ορθογωνίου παραλληλογράμμου. (Μονάδες 10)

β) Αν το x μειωθεί κατά 1 και το y τριπλασιαστεί, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της περιμέτρου του νέου ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

(Μονάδες 15)

Λύση

α) $\Pi = 2x + 2\psi$

$4 \leq x \leq 7 \Leftrightarrow 8 \leq 2x \leq 14 \quad (1)$

$2 \leq \psi \leq 3 \Leftrightarrow 4 \leq 2\psi \leq 6 \quad (2)$

$(1)+(2) \rightarrow 12 \leq 2x + 2\psi \leq 20$

άρα $12 \leq \Pi \leq 20$.

β) $\Pi' = 2(x-1) + 2 \cdot 3\psi = 2(x-1) + 6\psi$

$4 \leq x \leq 7 \Leftrightarrow 3 \leq x-1 \leq 6 \Leftrightarrow 6 \leq 2(x-1) \leq 12 \quad (3)$

$2 \leq \psi \leq 3 \Leftrightarrow 12 \leq 6\psi \leq 18. \quad (4)$

$(3)+(4) \rightarrow 18 \leq 2(x-1) + 6\psi \leq 30$

άρα $18 \leq \Pi' \leq 30$.

ΘΕΜΑ 2

α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:

$$\mathrm{A} = x^3 - x^2 + 3x - 3.$$ (Μονάδες 13)

β) Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \frac{3}{x}$ και $g(x) = x^2 - x + 3$ έχουν ένα μόνο κοινό σημείο, το Α(1, 3). (Μονάδες 12)

Λύση

α) $A = x^3 - x^2 + 3x - 3 = x^2(x-1) + 3(x-1) = (x-1)(x^2+3)$

β) Η τετμημένη του κοινού σημείου των C_f, C_g είναι η λύση της εξίσωσης $f(x) = g(x)$, $x \neq 0$.

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{3}{x} = x^2 - x + 3 \Leftrightarrow 3 = x^3 - x^2 + 3x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^3 - x^2 + 3x - 3 = 0 \overset{(\alpha)}{\Leftrightarrow} (x-1)(x^2+3) = 0$

$\Leftrightarrow x - 1 = 0$ ή $x^2 + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ ή $x^2 = -3$ αδύνατη στο $\mathbb{R}$

$f(1) = g(1) = 3$. Άρα το κοινό σημείο είναι $A(1,3)$

ΘΕΜΑ 2

α) Να αποδείξετε ότι $x^2+4x+5>0$, για κάθε πραγματικό αριθμό x. (Μονάδες 10)

β) Να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση:

$$B=|x^2+4x+5|-|x^2+4x+4|$$ (Μονάδες 15)

Λύση

α) η διακρίνουσα του τριωνύμου x^2+4x+5 είναι

$\Delta=16-20=-4<0$

άρα $x^2+4x+5>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

β) η διακρίνουσα του τριωνύμου x^2+4x+4 είναι

$\Delta=16-16=0$ άρα $x^2+4x+4\geq 0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$

άρα $B=|x^2+4x+5|-|x^2+4x+4|=$

$=x^2+4x+5-(x^2+4x+4)=$

$=x^2+4x+5-x^2-4x-4=1$

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=x^3$ και $g(x)=x$, $x\in\mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g τέμνονται σε τρία σημεία τα οποία και να βρείτε. (Μονάδες 13)

β) Αν Α, Ο, Β είναι τα σημεία τομής των παραπάνω γραφικών παραστάσεων, όπου Ο(0,0), να αποδείξτε ότι Α, Β είναι συμμετρικά ως προς το Ο. (Μονάδες 12)

Λύση

α) για $x\in\mathbb{R}$ $\quad f(x)=g(x) \Leftrightarrow x^3=x \Leftrightarrow x^3-x=0$

$\Leftrightarrow x(x^2-1)=0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+1)=0 \Leftrightarrow$

$x=0$ ή $x-1=0$ ή $x+1=0 \Leftrightarrow$

$x=0$ ή $x=1$ ή $x=-1$

$f(0)=g(0)=0$, $f(1)=g(1)=1$, $f(-1)=g(-1)=-1$

Αρα τα σημεία τομής των C_f, C_g είναι:

$O(0,0)$, $A(1,1)$, $B(-1,-1)$

β) Τα σημεία $A(1,1)$ $B(-1,-1)$ εχουν αντίθετες συντεταγμένες αρα είναι συμμετρικά ως προς $O(0,0)$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση *f*, με $f(x)=\dfrac{2x^2-6|x|}{2|x|-6}$

α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού *A* της συνάρτησης *f*. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $f(x)=|x|$, για κάθε $x\in A$ (Μονάδες 10)

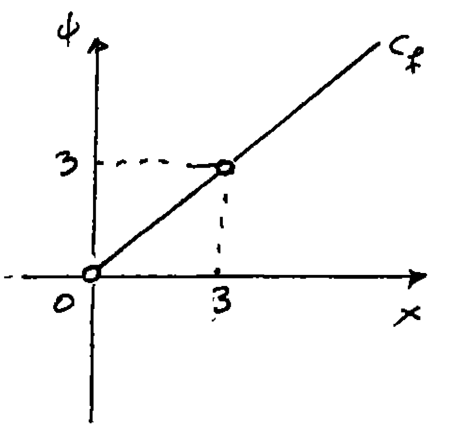
γ) Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης *f* για $x>0$. (Μονάδες 5)

Λύση

α) $2|x|-6=0 \Leftrightarrow 2|x|=6 \Leftrightarrow |x|=3 \Leftrightarrow x=3$ ή $x=-3$
απαιτούμε $2|x|-6\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 3$ και $x\neq -3$.
Τότε $A_f=(-\infty,-3)\cup(-3,3)\cup(3,+\infty)$

β) $f(x)=\dfrac{2x^2-6|x|}{2|x|-6}=\dfrac{2|x|^2-6|x|}{2|x|-6}=\dfrac{|x|\,(2|x|-6)}{2|x|-6}=|x|$

γ) για $x>0$ $f(x)=|x|=x$.



ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι παραστάσεις:

$A = |2x-4|$ και $B = |x-3|$, όπου ο x είναι πραγματικός αριθμός.

α) Για κάθε $2 \leq x < 3$ να αποδείξετε ότι $A + B = x - 1$. (Μονάδες 16)

β) Υπάρχει $x \in [2, 3)$ ώστε να ισχύει $A + B = 2$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

Λύση

α) $2 \leq x < 3 \Leftrightarrow -1 \leq x-3 < 0$

$2 \leq x < 3 \Leftrightarrow 4 \leq 2x < 6 \Leftrightarrow 0 \leq 2x-4 < 2$

τοτε $A+B = |2x-4| + |x-3| = 2x-4+3-x = x-1$

β) $A+B = 2 \overset{(\alpha)}{\Longleftrightarrow} x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3 \notin [2,3)$

αρα δεν υπάρχει $x \in [2,3)$ ωστε $A+B=2$

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f.

α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 6)

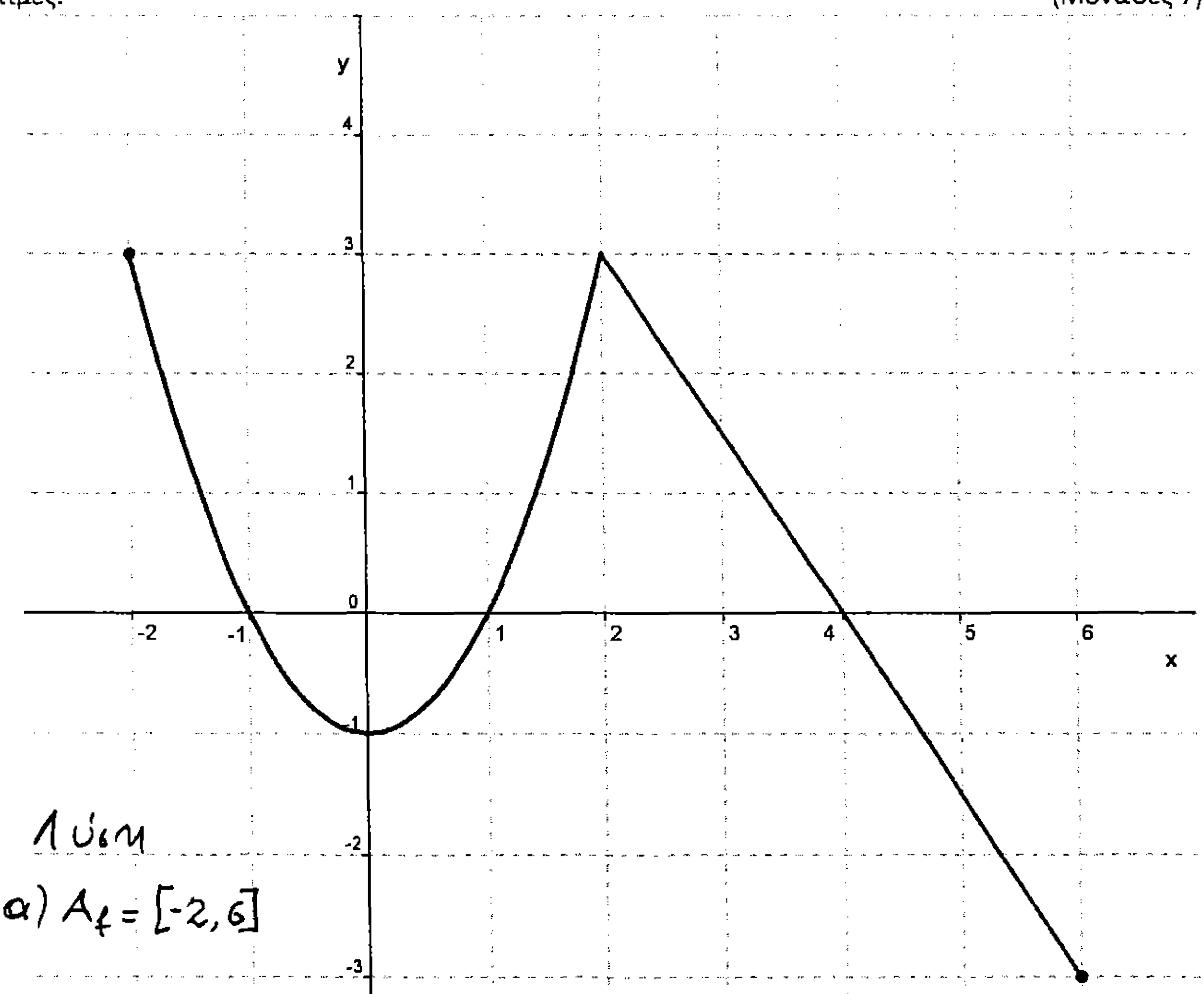
β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-2	-1		1	2	
y			-1			-3

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες. (Μονάδες 6)

δ) Να προσδιορίσετε τα διαστήματα του πεδίου ορισμού στα οποία η συνάρτηση παίρνει αρνητικές τιμές. (Μονάδες 7)



Λύση

α) $A_f = [-2,6]$

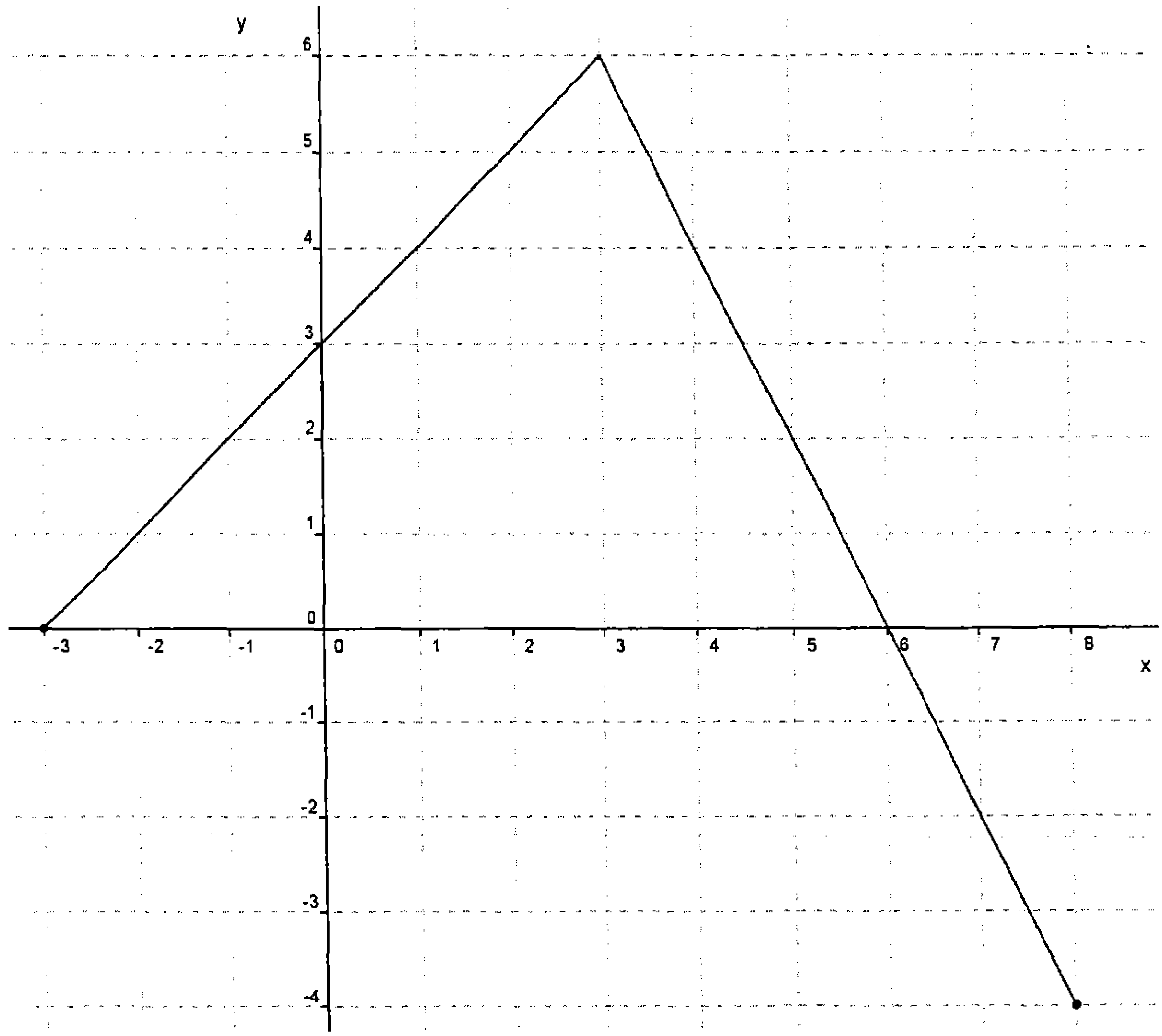
β)

x	-2	-1	0	1	2	6
y	3	0	-1	0	3	-3

γ) $A(-1,0)$, $B(0,-1)$, $\Gamma(1,0)$, $\Delta(4,0)$

δ) Η f παίρνει αρνητικές τιμές στα διαστήματα $(-1,1)$, $(4,6]$

ΘΕΜΑ 2



Στο παραπάνω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f.

α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 6)

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-3	-1	0	3		
y					-2	-4

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες. (Μονάδες 6)

δ) Να προσδιορίσετε το διάστημα του πεδίου ορισμού στο οποίο η συνάρτηση παίρνει θετικές τιμές.

(Μονάδες 7)

Λύση

α) $A_f = [-3, 8]$

β)

x	-3	-1	0	3	7	8
ψ	0	2	3	6	-2	-4

γ) $A(-3,0)$, $B(0,3)$, $\Gamma(6,0)$

δ) Η f παίρνει θετικές τιμές στο διάστημα $(-3, 6)$